

Ⅱ. お茶の水女子大学理系女性教育開発共同機構新しい教育プログラム開発

事例 A

中学校数学科における主体的・対話的で深い学びの実現

中学校第2学年 C.関数領域 一次関数の利用 ダイアグラムの理解と作成

「プラレールで数学しよう！」基本編 学習指導案

7月改訂版

0. これまでの指導の課題と解決への提案

関数の有用性が求められているにもかかわらず、日常生活への利活用も含め実感することが出来てこなかった。その解決のために、本プログラムでは一次関数の利活用として列車の運行に重要な役割を担っている、ダイアグラムとその周辺事項を具体的な教材を用いて学習することが適切であると考えた。身近な例として玩具であるプラレールにおける模型車両（以降、車両とする）の動きをモデル化し、数学を用いることで問題解決に役立つことを提案する。特にプラレールの車両は、等速運動であるとみなせ同時に、型式による速度の違いと、組み合わせによる線路長の変化など様々な要素の組み合わせで取り組むことは、数学的モデル化の体験と数学的活動の事例として、手立ての有効性があると考えられる。さらに、本プログラムでは総合的な学習と連携し、日本における鉄道が果たしてきた役割や、これからの鉄道について考えるきっかけを作り、グループで探究しまとめたものをプレゼンテーション（発表活動）する。

1. プログラム開発の背景:女子が理系への関心を高めるために

これまで行われてきた数学教育では、1つの正解を求めるという指導が中心であった。しかし、変化の激しい社会の中ではこれまで必要とされてきたこの力に加え、自ら課題を設定し様々な条件を考慮し、協働して最適な解を探り、論拠に基づいて最適であることを説明できる力が求められている。本教育プログラム開発では、これを主体的・対話的で深い学びの場で実現できるととらえ、関数の学習における新しい教育プログラムの開発事例を示す。

現行の中学校学習指導要領においても、次期学習指導要領（平成29年3月31日告示）においても、第2章第3節数学の第2「2各学年の目標および内容」において一次関数は中学2年生で学習する内容である。

次期学習指導要領の内容 C.関数では、

(1)ア知識・技能 (イ) 事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知ること。

(1)イ思考力、判断力、表現力等 (イ) 一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

としている。

本プログラムでは、これまで一次関数の利用として簡単に扱われることが多いダイアグラム（列車運行図表）について、一次関数の既習事項を基に有用性を感じ得ることを学習目的とし、総合的な学習と連動し3時間扱いで取り扱えるものとした。

すなわち、本プログラムでは、数学的な問題解決のみでなく総合的な学習との関連も持たせ、江戸時代末期からの日本における鉄道の歴史、未来の鉄道、現在の公共交通機関としての鉄道運営・運用が持つ課題など社会的な意義などについても、総合的な学習の一環として探究活動を行い、まとめ、発表することも学習の一環とする。総合的な学習の時間に一部を活用することも含むものである。

特に、女子生徒においては学習内容が自分にとって実用性があるかどうかなどを自分の課題としてとらえるためにも、日々の生活で関わりのある列車の運行について、基となるダイアグラムの理解と作成作業を通して、公共交通機関の現実的運用における事実から、これらに関心をもち現実社会の仕組みやシステムに目を向ける動機付けとなることも学習目的とする。将来的には公共交通機関の自動運転の基本を理解することにもつながる事例であると考えられる。

ダイアグラムは題材として、これまでも教科書においては取り上げられてきているが、読みとりを行うことが主であり、ダイアグラムの作成を行う事例はほとんどなかった。本プログラムでは、主体的・対話的で深い学びを実現する教材として、はじめて手にする女子生徒もいると考えられるが、多くの生徒が遊んだことがあるプラレールを教具として、

車両の走行に着目し、実験を通して課題を設定し、ダイヤグラムを作成することで、車両のすれ違いなどの事象について、数学的モデル化をすることで、既習事項を用いて解決したり、様々な発展的な学習を行うことができる。

2. 授業概要

一次関数の基本的な学習を踏まえ、鉄道を利用するときに時刻表に着目し、通常入手しやすい時刻表や様々な表現形式の時刻表から読みとれることを基に、ダイヤグラムによる表現形式をとることで、列車の動きを一次関数を利用して予測できることを理解する。プラレールを用いて車両の動きなどを実験・観察する中で、データを収集し、複線運転におけるすれ違う時刻と位置の予測をする。さらにデータをもとに数学的に解決し、実験で確認する。特に車両の走行状態を、時間 (x) と距離 (y) の 1 次式で表し、モデル化し課題を数学的に解決する (発表活動)。

これらの学習の後、江戸末期から明治期以降の日本における鉄道に関するさまざまな事項 (歴史、エピソード、現在の課題、未来の鉄道等々) について個人やグループでとりくみ (探究活動)、発表する。

本学習における作業や活動を数学的活動の事例として捉え、主体的・対話的で深い学びの実現をする。

(1)想定される既習事項：道のり、速さ、時間における数量関係 (小学校 6 年生、B 量と測定 次期では 5 年生 C 変化と関係)、連立二元一次方程式、一次関数の基本的な事項 (式表示、グラフの形状)

(2)開発プログラムを含む指導計画 17 時間

- | | |
|-----------------|----------------|
| 1. 一次関数 | 8 時間 |
| 2. 方程式と一次関数 | 4 時間 |
| 3. プラレールで数学しよう! | 3 時間 (開発プログラム) |
| 4. まとめの問題 | 2 時間 |

3. 指導の詳細なポイント

(1)指導上の留意点

一次関数のグラフは直線で表せるが、列車の運行にダイヤグラムとして利用されていることは、あまり意識されていない。既存の教科書などにおいては、一次関数の学習時にコラム的な扱いで触れられる程度である。教具としてプラレールを用い、複線における車両の動作を観察し、列車のすれ違いの事象が発生する時刻と場所をダイヤグラムを用いて予測することで、これまでの関数の学習の日常生活への利活用の視点を持つきっかけとする。

実際に車両の動きを観察し、様々な条件を考慮し、問題解決をすると同時に、新たな課題にも取り組む。

第 1 次では、すれ違いにおける数学的解決に焦点を当て、一次関数の利用として課題解決を行う。

配付するレールセットはすべてのグループで同じ長さとする。(走行距離約 137 cm) 車両はスピードを速い・遅いと変更できるものを用意する。

方程式の解を求める際には、電卓を積極的に利用する。

2 次、3 次では、さらに日本における鉄道の歴史や鉄道の課題などについて、グループによる探究的活動に取り組み、総合的な学習と連携しクラス内発表等を行う。

(2)用意する教具・教材(本機構で実習キットを貸し出す)

学習者用テキスト、プラレールセット (複線レール、車両 2 台、駅 2 個、金属ストッパー、付せん)、加工方眼紙、電卓、ストップウォッチ

(3)開発プログラムの指導案

* 指導過程書式例 (3 時間扱い)

< 第 1 次 > 一次関数の利用

列車の時刻表には様々な表現があり、その特徴を読みとる。

ダイヤグラムにより車両のすれちがう位置を予測しよう。(実習例)

- ① 複線レール上を2両の車両がすれちがう位置を実測。
- ② 設定した2駅間を車両が走る時間を測る。
- ③ ダイアグラムを作成しグラフの交点として、時間と位置を予測する。
- ④ データから連立二元一次方程式による数値解を求める。
- ⑤ それぞれの結果について振り返る。

<第2次>総合的な学習における探究活動・まとめ

日本における明治期からの鉄道の世界に対する影響や現代における課題などについてグループで調査・まとめる。

<第3次>総合的な学習における探究活動のまとめの発表活動

調査のまとめを発表する。(学級内、学年、地域などを対象の視野に)


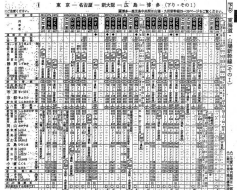
<用意するもの> (2) 参照

留意点の略号 評価の観点に対応

知：知識、技：技能、思：思考、判：判断、表：表現、姿：取り組む姿勢

I <プラレールで数学しよう 基本編>

☆すれ違う位置を予測する。車両の走行状態を観察・実験を通してダイアグラムを作成して求める。

課題・発問	学習内容・生徒の活動	指導上の留意点・評価
<p>第1次</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>課題提示 日常生活における鉄道を利用するときの時刻表について提示する。</p> <p>駅にあるもの、市販されているもの、鉄道関係者が使用しているダイアグラム(列車運行図表)を提示し、それぞれの表現の特徴を理解する。</p> </div>	<p><それぞれの時刻表をパワーポイントに取り込んだものを提示></p> <p>例1</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>駅に設置の時刻表を提示 図1</p> <p>(1) どのような表現か</p> <p>(2) どのような情報が読みとれるか</p> </div> </div> <p>図1</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>例2 市販の時刻表冊子を提示</p> <p>図2</p> <p>必要な情報を抜き出した資料図3</p> </div> </div> <p>図2</p>	<p>課題をとらえようとしている (姿)</p> <p>日常生活と関連づけようとしている(知・技)</p> <p>表現の特徴を理解している (知)</p> <p>表現の特徴を理解している (知)</p>

列車名		こ	ひ	の	の	み	の	ひ	の	こ	の	ひ	の	さ	こ	こ	の	さ
		だ	か	ぞ	ぞ	ず	ぞ	か	ぞ	だ	ぞ	か	ぞ	く	だ	だ	ぞ	く
		ま	り	み	み	ほ	み	り	み	ま	み	り	み	ら	ま	ま	み	ら
		601	401	1	3	701	5	403	7	603	9	405	11	501	605	607	13	503
東京	発																	
品川	着																	
新橋	発																	
浜	着																	
横	発																	
浜	着																	
原	発																	
小	着																	
熱	発																	
海	着																	
三	発																	
島	着																	
新	発																	
富士	着																	
静岡	発																	
静岡	着																	
掛	発																	
川	着																	
浜	発																	
松	着																	
豊	発																	
橋	着																	
三	発																	
河	着																	
安	発																	
城	着																	
名古屋	発																	
名古屋	着																	
岐阜	発																	
羽	着																	
島	発																	
米	着																	
原	発																	
米	着																	
原	発																	
京都	着																	
京都	発																	
京都	着																	
新	発																	
大阪	着																	
新	発																	
神戸	着																	
西	発																	
明	着																	
石	発																	
姫	着																	
路	発																	
相	着																	
生	発																	
岡山	着																	
岡山	発																	
新	着																	
倉	発																	
敷	着																	
福	発																	
山	着																	
新	発																	
尾	着																	
道	発																	
三	着																	
原	発																	
東	着																	
広	発																	
島	着																	
広島	発																	
広島	着																	

表現の特徴を理解している (知)
読み取りができる (技)

図 3

(1) この時刻表はどのような表し方をしているか特徴を考えよう。

・左側の①の欄にはどのような情報が書かれているか
駅名が書かれている

・左側の②の欄にはどのような情報が書かれているか。
駅を発車するのか駅に着くのか書かれている

(2) どのような情報が読み取れるか考えよう。

③のように縦に並んでいる数字は何を表しているか。
ある列車が起点から終点まで走る様子

③に書かれている数字はどのように読み取るか。
640 などは 6 時 40 分を表している

例3 ダイヤグラム (列車運行図表) 図 4 を提示

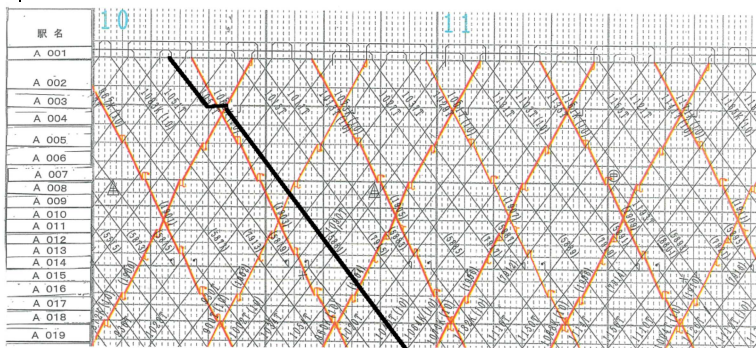


図 4

これは何を表したもののか。(観察)

(1) どのような表現になっているか考えてみよう。

・左の①の欄の縦には何が書かれているか。
駅名

・一番上に横に並んでいる数字 (10, 11) は何

15分	<p>を表しているか。 10時, 11時を表している。 縦の線は1分毎に引かれている</p> <ul style="list-style-type: none"> ・斜めの線は何を表しているか。どのような線か。 電車の運行の様子 すれ違う場所と時刻や追い越す場所と時刻 <p>(2) どのような情報が読みとれるか考えてみよう。 ・ある駅を通る時刻は、どのようにして分かるか。 駅名と直線との交点の時刻</p> <p><基本的にはダイヤグラムを読みとれば列車の運行はすべてわかる></p> <p>(3) 一次関数との関連はどのように考えられるか 電車の動きが直線で表されているので、一次式で表せそう</p>	
	<div data-bbox="153 999 1115 1117" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>展開課題演示 プラレールの車両の動きを観察する。 車両がすれ違う例を提示する。</p> </div> <p><観察、実験></p> <p><プラレールに車両を走らせ演示する> 両端に駅を設置し、2つの駅から同時に発車するときのすれ違いの位置と時間がどのようなかを演示。車両の先頭に着いている付せんが触れた時を観察</p> <div data-bbox="153 1386 1115 1850" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>展開課題提示</p> <p>①プラレールですれ違いのできる線路（複線と言います）を組み立てて、2種（速い及び遅い）の車両がA駅とB駅から同時に発車した時に、2種の車両がすれ違う位置と発車してすれ違うまでの時間を、実験して計測しよう。</p> <p>②車両の動きを計測して得られたデータをもとにダイヤグラムをかき、2種の車両がすれ違う位置と発車してすれ違うまでの時間を求めよう。</p> <p>③ 1次関数の考え方を利用して、2種の車両がすれ違う位置と発車してすれ違うまでの時間を求めよう。</p> <p>④結果を考察して、ダイヤグラムを使って求めるよさについて、考えてみよう。</p> </div>	<p>現実の問題を数学化し モデル化できる 自分の課題として取り 組み、作成する(技)</p> <p>課題解決に、計画的に 取り組める(思・判)</p>
20分 組み立て	<p><小グループによる活動></p> <ul style="list-style-type: none"> ・実習キットを配付し、課題に取り組む。 4人1組のグループを基本とする スタート係、計時係、観察・記録係など役割り分担をする 	
25分活動開始 <数学的活動>	<p><予想される生徒の活動></p>	<p>主体性を持ちながらも 協働して対話的に解決</p>

実習(1) <観察・実験>	<ul style="list-style-type: none"> ・実際に A 駅、B 駅から同時に発車させて、すれ違う位置と時間を観察し、方眼紙に位置をマークする。 ・出来るだけ正確に位置と時間を求める方法を考える 	し、振り返り深い学びができる。(姿) 分析を行うことが出来る (思・判)
実習(2) <計時/ダイヤグラム作成>	<ul style="list-style-type: none"> ・A 駅と B 駅の間 (約 137 cm) を走る時間を求める ・得られたデータをもとに解決方法を検討する ・走行状態のモデル化。一次関数の考え方を適用する ・速さが直線の傾きになる $(\text{速さ}) = (\text{道のり}) \div (\text{時間})$ ・車両の走行状態をダイヤグラムに表す ・ダイヤグラムから交点の座標を読みとり、すれ違う位置と発車してからの時間を求める。 	実験からモデル化ができる (思・判)
実習(3) <方程式で解く>	<ul style="list-style-type: none"> ・2 台の車両の走行状態を、式で表す 直線の式は $y=ax+b$ で表せることを利用 ・式で表したものから、連立二元一次方程式を解いて、数値解を求める。 ・数値解とダイヤグラムから求めたものものを比較 	
実習(4) 40 分 <考察>	<ul style="list-style-type: none"> ・数値解を基に最終実験で確認 (レールの下に敷いた方眼紙を用いて位置を記入) ・結果を考察する 観察すること、ダイヤグラムで表すこと、式で表し数値解を求めることの特徴を考察 	
45 分 <発表>	<ul style="list-style-type: none"> ・解決に至る過程をまとめ発表する 2 グループ程度 	
<クラス内での発表> 設定した課題、課題の解決で予測したこと、やってみて分かったことを発表する。		
50 分		

第 2 次 総合的課題の提示 これまでは、ダイヤグラムについて一次関数の利用として取り組んできたが、1872 年に日本で初めて鉄道が新橋・横浜間で運行されてから約 150 年。特に江戸時代末や明治時代からの鉄道の黎明期における歴史や、現代の鉄道の役割や・課題、未来の鉄道などについて、グループでテーマを設定し、調査しまとめて発表しましよ	総合的な学習と連携して探究活動	課題を設定し、計画的に取り組める (思・判)
---	-----------------	------------------------

う。		
〈活動〉 50分	〈主体的・対話的で深い学びへ〉 参考図書、ネットワーク検索、ディスカッションなどを行い、グループで活動し、発表できるようにまとめる。	
	これまで行ってきた、総合的な学習の時間で培われた探究活動を行う 進め方の例 1. テーマを決める 2. 資料の収集方法の計画をたてる 3. 資料を集め、整理して分析しよう 4. 自分の考えを整理してまとめよう	
	まとめ方の例 1. テーマ・動機 2. 調べた方法・調べたこと 3. わかったこと わからなかったこと 4. 感想やもっと調べたいことなど 5. 参考文献など	

第3次	総合的な学習と連携して発表活動	
課題提示	各グループで取り組んできた内容を、5分程度で発表する (プレゼンテーションの工夫)	自分たちの言葉で工夫し表現できるか(表)
各5分 5～6グループ 指導者のコメント	各グループにおける発表と質疑 前次で取り組んだ内容の発表 発表内容の資料・プレゼンテーションのスライド等を使用して、発表活動を行う。 質疑・応答の時間	他者の発表について、理解しようとする。 (姿)
必要に応じて 指導者のアドバイス・コメント	司会進行等は生徒により運営する 生徒による相互評価を行う。	

(4) 参考資料

鉄道に関する資料別紙参照

<http://www-w.cf.ocha.ac.jp/cos/wp-content/uploads/2018/04/鉄道参考図書.pdf>

5. 授業評価の観点

- (1) 実際の車両の動きから時間、速さ、道のりの関係を、一次関数として捉えることができる。(知識・技能)
- (2) モデル化した列車の運行を、時間と距離の一次関数と見なし方眼を用いて具体的にグラフに表現し考察することができる。(思考力、判断力、表現力等)
- (3) 数学的課題解決だけでなく、数学的活動の延長として、主体的・対話的で深い学びのために、列車運行や日本の鉄道の歴史、それらにまつわる事項などについてとりくめたか。

6. 評価の方法、評価規準および基準

レポート形式で、ダイヤグラムの完成と、それにいたる手順をまとめた文章、および日本における鉄道にまつわる事項を調査した文章等による。

評価規準 (一次関数の利用に対して) (例)

- ① 一次関数の理解に基づき具体的な事象に活用できる。
- ② 具体的な事象からモデル化し、表・式・グラフなどを用いて一次関数としてモデル化し、表現できる
- ③ 学習および活動へ参加している

評価基準 (本時の事例で) (例)

- ① 取得したデータに基づいてダイヤグラムをグループで作成できる。(知識・技能に係わるもの)
- ② 作成したダイヤグラムをもとに、様々な状況を考え、必要なデータ判断し、解決に利用できる。(思考・判断・表現に係わるもの)
- ③ ダイヤグラム作成に係わったり、鉄道の歴史や関係の話題を自分でまとめることが出来る。(取組む姿勢にかかわるもの)

7. 実践支援について

詳細な学習指導案については実践レベルでのご相談をお受けいたします。

本授業の実習キットはお茶の水女子大学理系女性教育開発共同機構で無料貸出を行っています。1回に10セット貸出可能です

ご希望される場合には

e-mail : ocha-cos-office@cc.ocha.ac.jp または TEL 03-5978-5825

まで、ご連絡いただくと幸いです。

8. 開発者からのコメントと

本プログラムは、古くて新しい題材と言える。本物の鉄道の車両の動きを生徒が自分でコントロールできるとは思わないが、プラレールにおける車両の動きを用いてモデル化し、ダイヤグラムを作成したり、一次関数の利用としてグラフの交点を連立方程式を解くことで数値解を求められることは、数学の有用性を知る題材として有効である。特に比例や一次関数と言ったグラフが直線になる例の有用性について知ることで、他への適用を促すきっかけになると考える。