

プラレールで 数学しよう

発展版：追い越し編



お茶の水女子大学
Ochanomizu University



理系女性教育開発共同機構
CORE of STEM

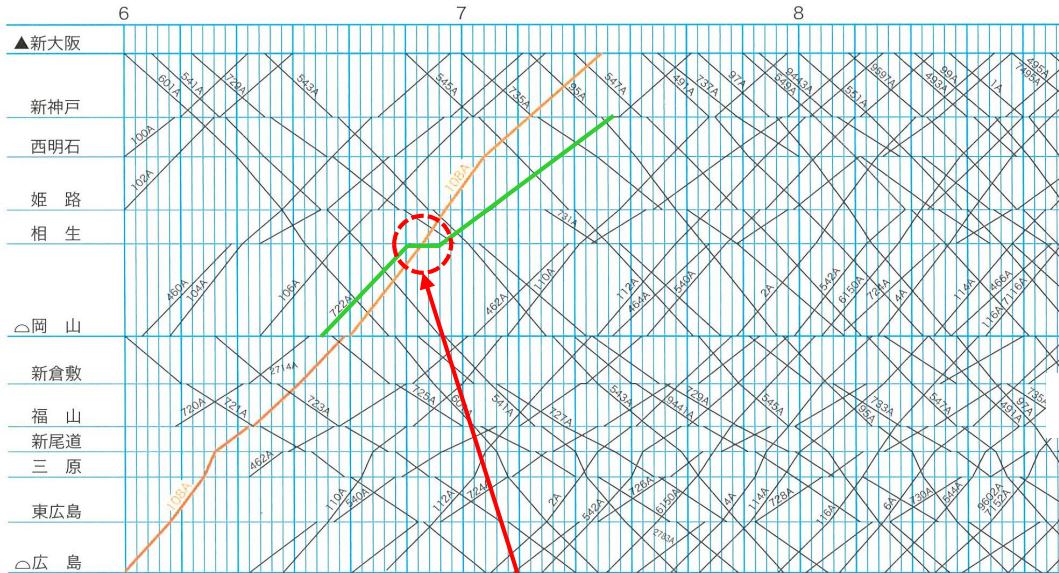
列車のダイヤグラム

引用：啓林館「未来へひろがる数学2」 p.85

列車の運行計画は、ふつう、下のような図で示されます。

実際に走っている列車は、駅での発着や減速、加速をくり返していますが、これを一定の速さで走っていると考えると、発駅からの列車の進んだ道のりは、時刻の一次関数とみることができます。
つまり、横軸に時刻、縦軸に道のりをとると、グラフは直線になります。このようなグラフを、「ダイヤグラム」といいます。

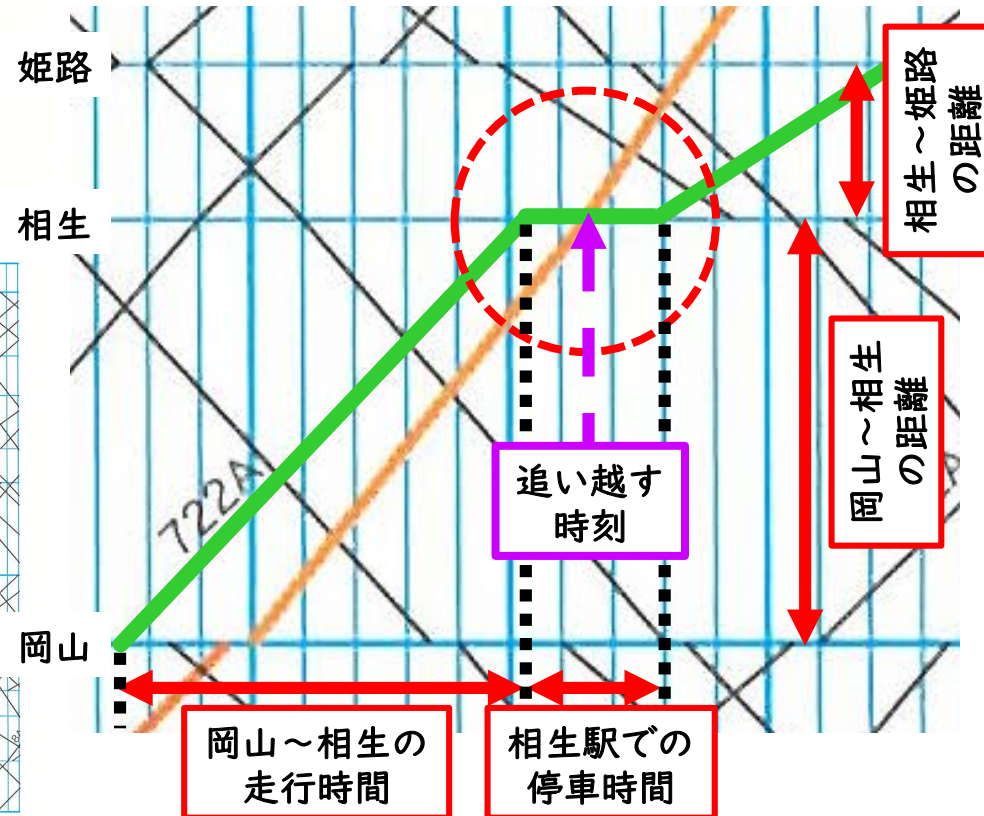
山陽新幹線列車ダイヤ



※ダイヤイメージ図。現在の運行とは異なります。

上の図は、山陽新幹線のダイヤグラムの一部です。
黄色で示した列車は、相生駅に停車中の列車（緑色の線）を06:53頃に追い越すことがわかります。

多くの教科書に、「一次関数が社会に活用されている一例」として、「**ダイヤグラム**」が取り上げられています。

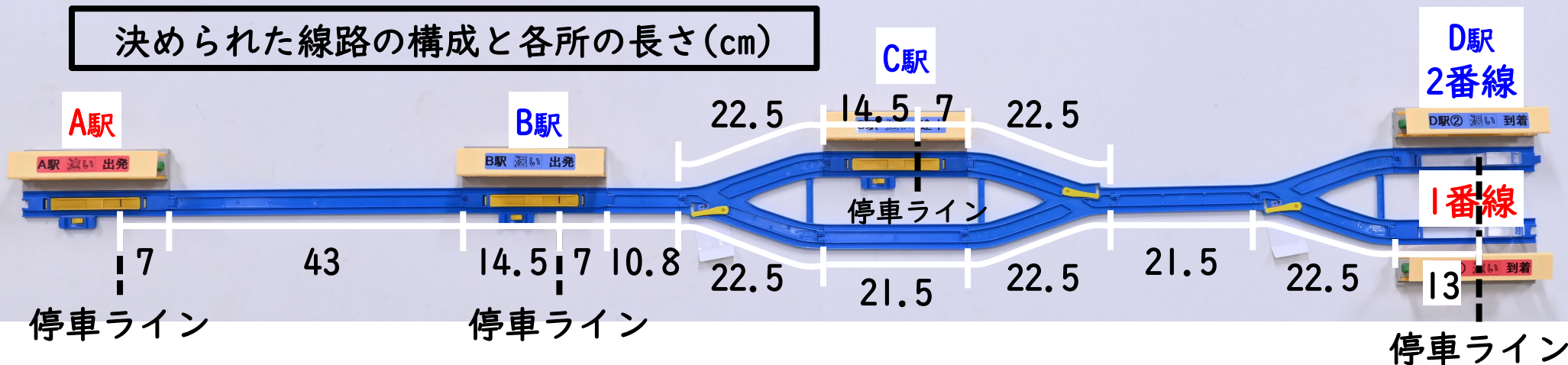


後から来る列車は、本当にダイヤグラム通り、停車中の列車を追い越すのでしょうか？

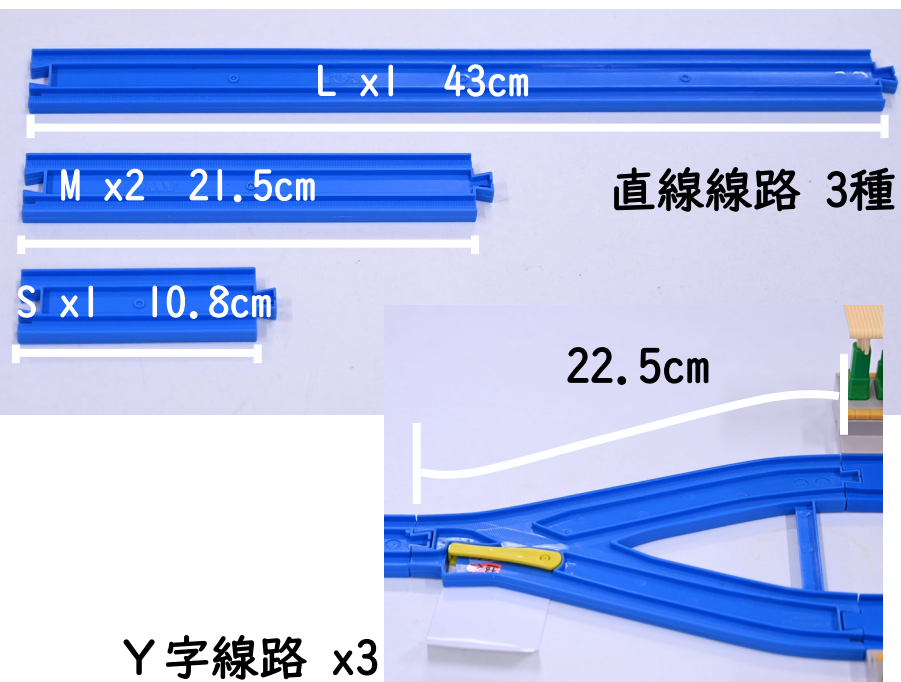
まず、決められた線路に、**速い**列車と**遅い**列車を走らせてみましょう。

速い列車は**遅い**列車にぶつからずに追い越すことができるでしょうか？

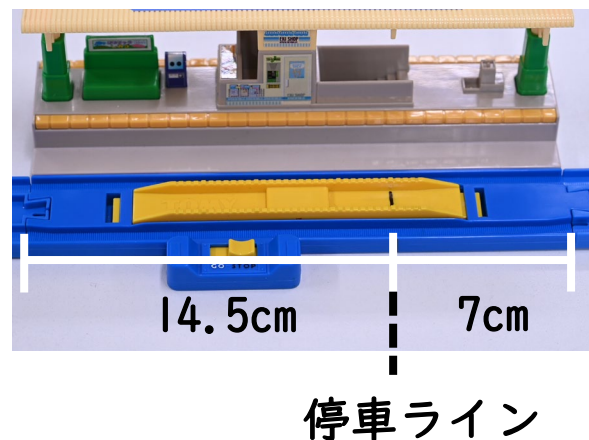
決められた線路の構成と各所の長さ(cm)



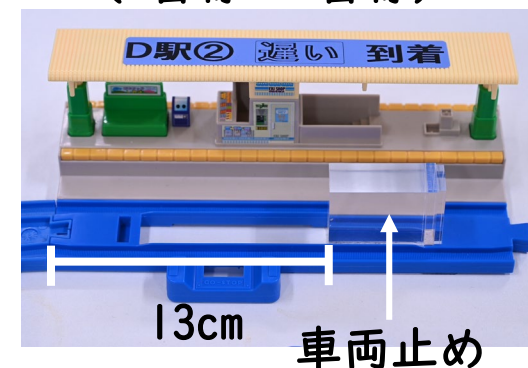
使用する各線路部品と長さ



A, B, C駅 計3個



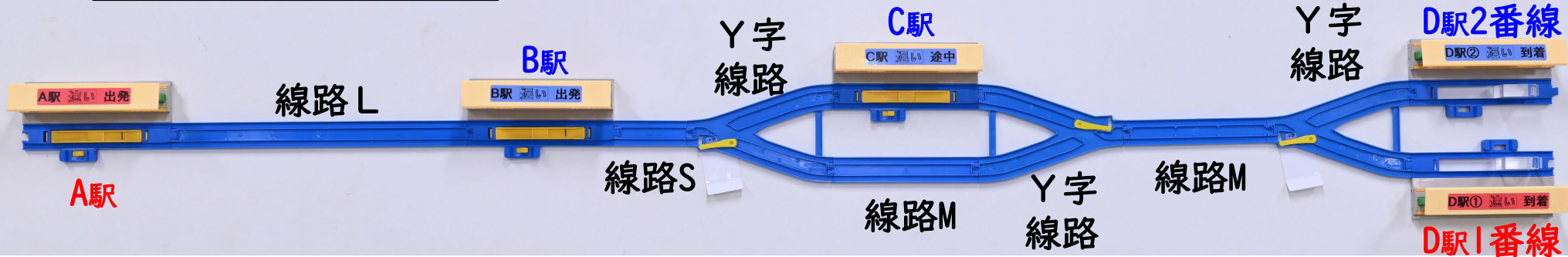
D駅 x2
(1番線・2番線)



決められた線路を組みましたか？

組めたら、下の条件に従って、**速い**列車と**遅い**列車を走らせてみましょう

決められた線路の構成



条件

1. **A駅**から**速い**列車が、**B駅**から**遅い**列車が、それぞれ出発する
2. **速い**列車は**D駅**の**1番線**に、**遅い**列車は**D駅**の**2番線**に到着する
3. 2台の列車は、同時に出発する
4. **速い**列車は、**A駅**から**D駅**まで一度も止まらずに走る
5. **遅い**列車は、**C駅**で一旦、停車する（停車時間は整数秒間）
6. **C駅**で停車中の**遅い**列車を、**速い**列車が追い越す
7. **遅い**列車は、追い越された後に、**C駅**を出発する

速い列車：A駅を出発



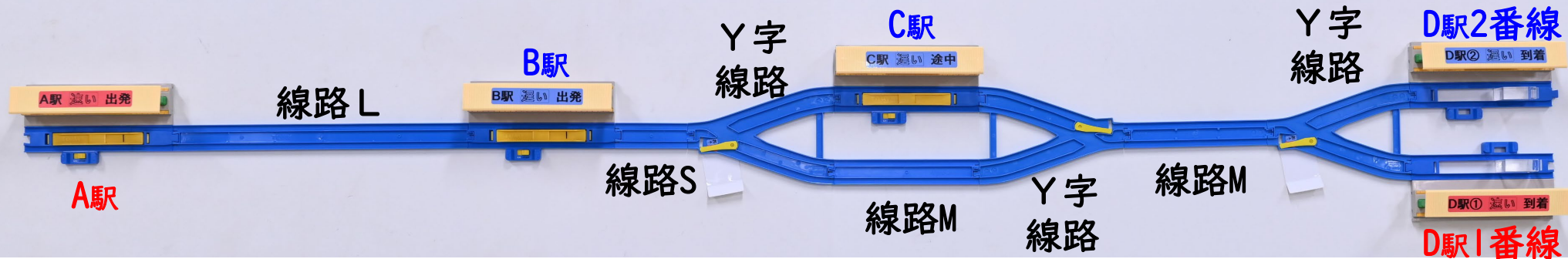
遅い列車：B駅を出発



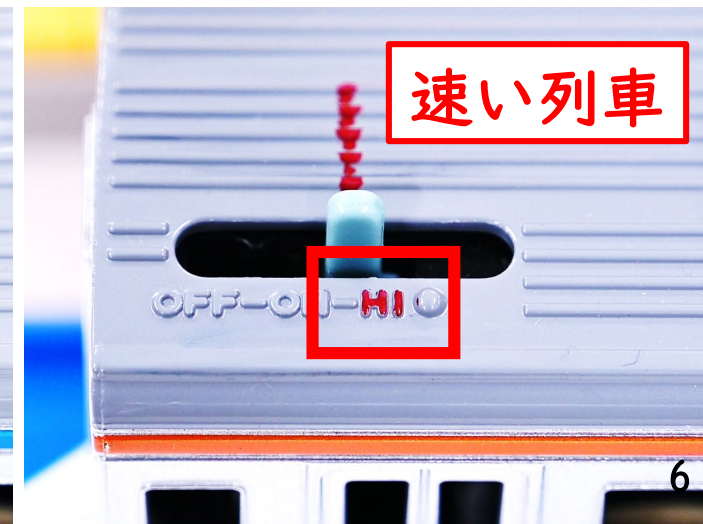
速い列車は遅い列車にぶつからずに追い越すことができますでしょうか？

方法 & 注意点

- 決められた線路（駅はA、B、C、D 1番線、D 2番線）があります。

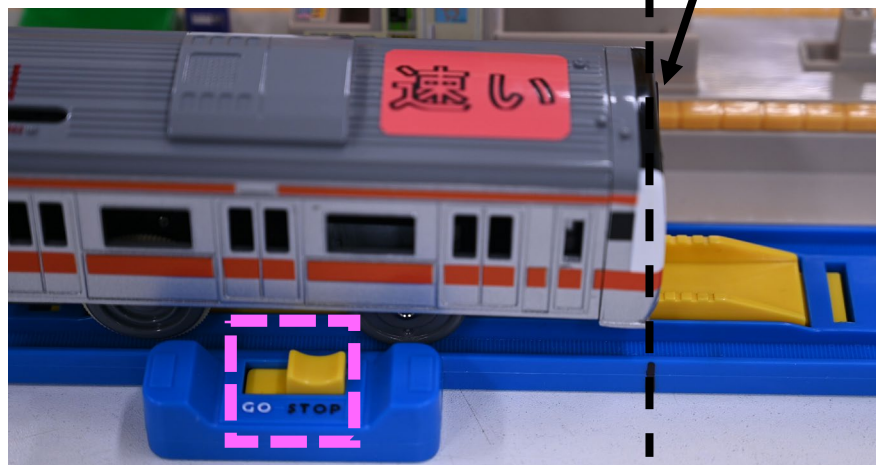
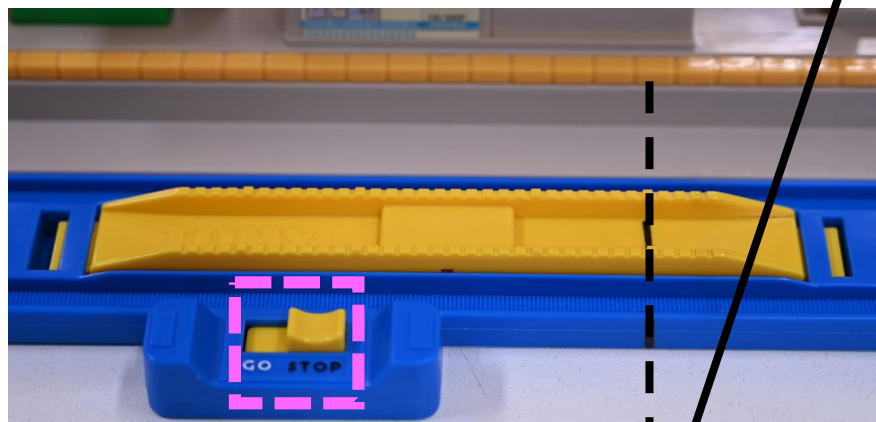


- 列車には、スイッチがあります。遅い列車は「ON」に、速い列車は「HI」に、スイッチを合わせてください。



方法 & 注意点

3. A, B, C駅には、列車を止めておくスイッチがあります。スイッチには「GO」と「STOP」の表示があります。スイッチを「STOP」にした状態で、列車（スイッチを入れておく：前ページ参照）の先頭を駅の線路に書かれた黒い線に合わせて置きます。線路のスイッチを「GO」にすると、列車は走り出します。



紫色枠
を拡大



方法 & 注意点

3. 遅い列車がC駅に行けるように、また、速い列車はC駅に停車せず通過するように、切り替えポイントを使いましょう。



4. D駅には速い列車が止まるホーム（1番線）と遅い列車が止まるホーム（2番線）があります。それぞれの列車が止まるホーム（1 or 2番線）に行けるように、切り替えポイントを使いましょう。

ぶつからずに走らせることが出来たら

2台の列車の走る様子をダイヤグラムで表してみましょう

方法 & 注意点

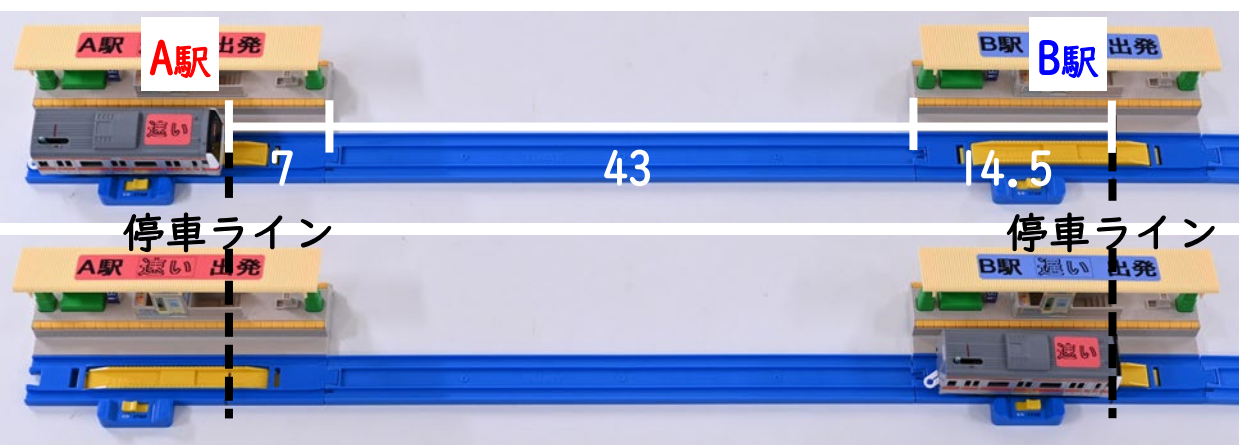
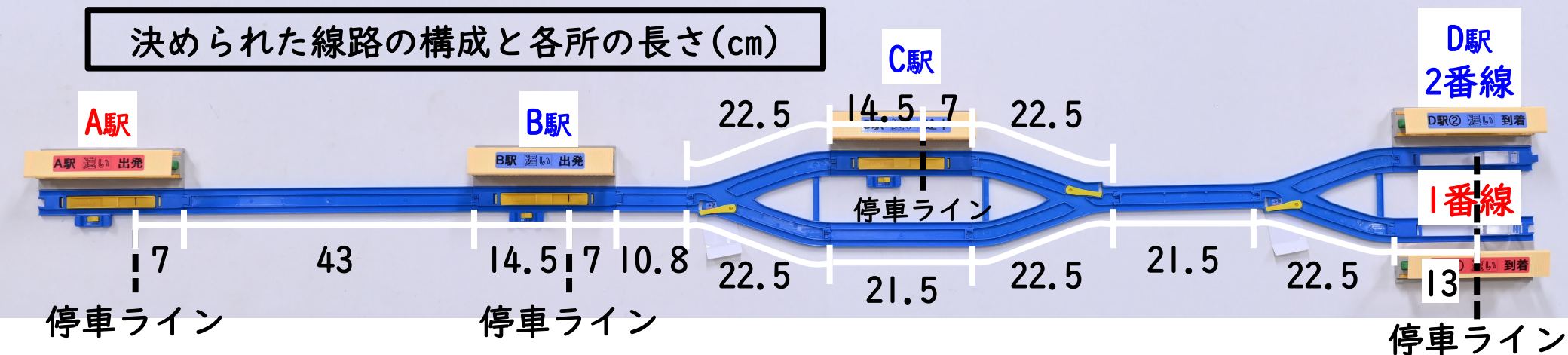
5. 2台の列車（速い・遅い）それぞれのダイヤグラムを作しましょう。

Q. ダイヤグラムを作るには、何の値が必要でしょうか？

→ A. 5-1 駅と駅間の距離 5-2 A駅から各駅までの距離

5-3 各駅間の走行時間 5-4 遅い列車がC駅で停車する時間

決められた線路の構成と各所の長さ(cm)



①速い列車が
A駅を出発して



②B駅に到着

駅間の距離の計算例：

A駅とB駅の間の距離

(左図の場合)

$$= 7 + 43 + 14.5$$

$$= 64.5 \text{ cm}$$

となる

5-1. 駅と駅間の距離

⑤-1. 各駅間の距離 (cm) *

A駅とB駅間の距離 小計①	B駅とC駅間の距離 小計②	C駅とD駅間の距離 小計③	合計 (総走行距離)
7+43+14.5 =64.5	7+10.8+22.5+14.5** =54.8	7+22.5+21.5+22.5+13 =86.5	64.5+54.8+86.5 =205.8

* 「各駅間の距離」とは、列車が駅と駅の間を走行する道のりのことです。

** C駅の停車位置は、停車するたびにわずかに変わります。そこで、予備実験で求めた平均的な停車位置（駅の線路の端から14.5cmの位置）をC駅の停車位置としました。

5-2. A駅から各駅までの距離（小計①・②・③は上の5-1表を参照）

⑤-2. A駅から各駅までの距離 (cm)

A駅	B駅 小計①	C駅 小計①+②	D駅 小計①+②+③
0	64.5	119.3	205.8

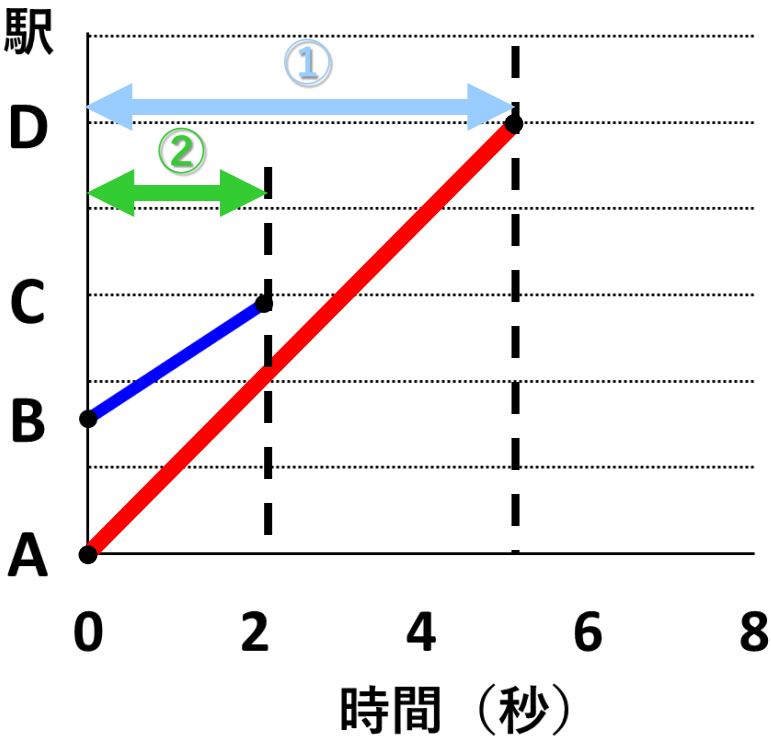
5-3. 各駅間の走行時間

線路に速い列車と遅い列車を別々に走らせて、ストップウォッチで走行時間を計りましょう。

列車	各駅間の走行時間（秒）		
	A駅とD駅の間	B駅とC駅の間	C駅とD駅の間
速い	① 秒		
遅い		② 秒	③ 秒

では、
これまでに得られた値を使って
ダイヤグラムを書き始めましょう
（別紙の方眼紙に）。

速い列車の「A駅からD駅までの走行」と
遅い列車の「B駅からC駅までの走行」を
ダイヤグラムで表しましょう（右図参照）。



5-4. 遅い列車がC駅で停車する時間の設定

遅い列車が停車している間に、速い列車が遅い列車を追い越せるように、遅い列車がC駅で停車する時間（整数秒間）を、ダイヤグラム上で設定しましょう（右図参照）。

停車時間を⑤. 秒間とする

最後に、

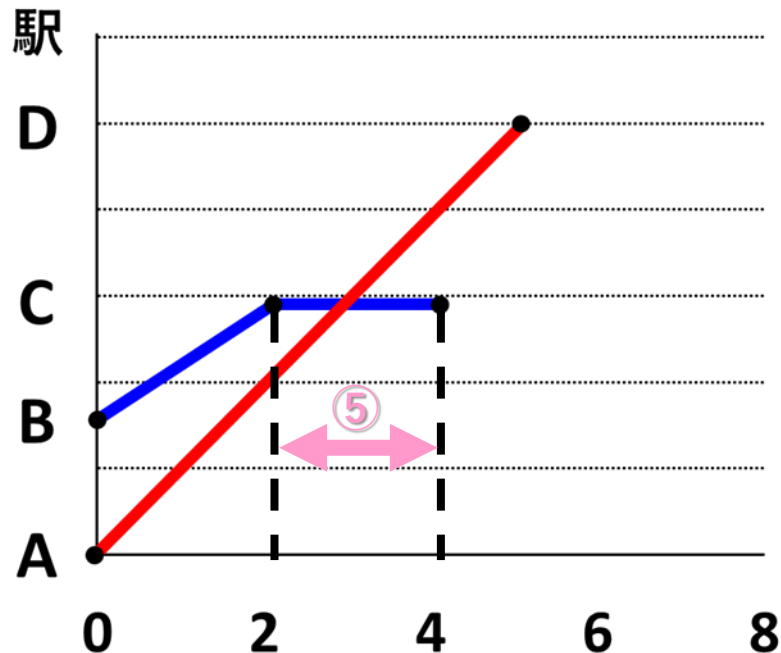
遅い列車の「C駅からD駅までの走行」を表す直線をダイヤグラムに追加しましょう

（右図参照）。

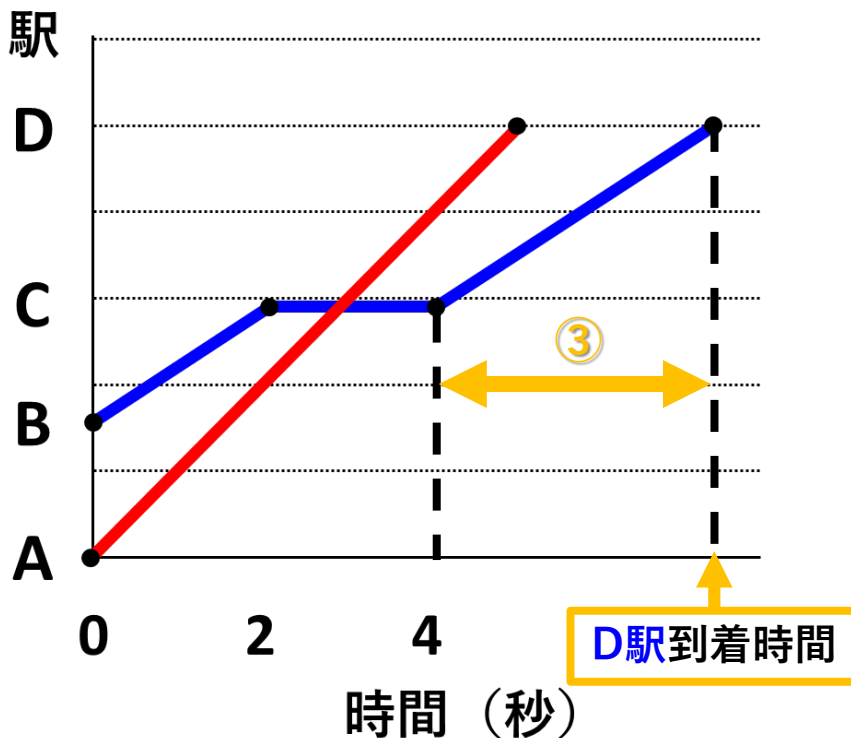
遅い列車の **D駅到着時間** がわかりましたね。

これで
完全なダイヤグラムが
完成しました！！

(距離) 駅



(距離)



列車の走行実験の前に、まず、ダイアグラムから予想される4つの時間①～④を右の表に書き込みましょう（時間①～④は右下のダイアグラム例を参照）。

次に、走行実験をして計測した4つの時間①～④を右の表に書き込みましょう。

時間	ストップウォッチ	予想 (ダイアグラムから読み取った値) (秒)	走らせた結果 (秒)
①	SW 1		
④	SW 4		
②	SW 2		
③	SW 3		

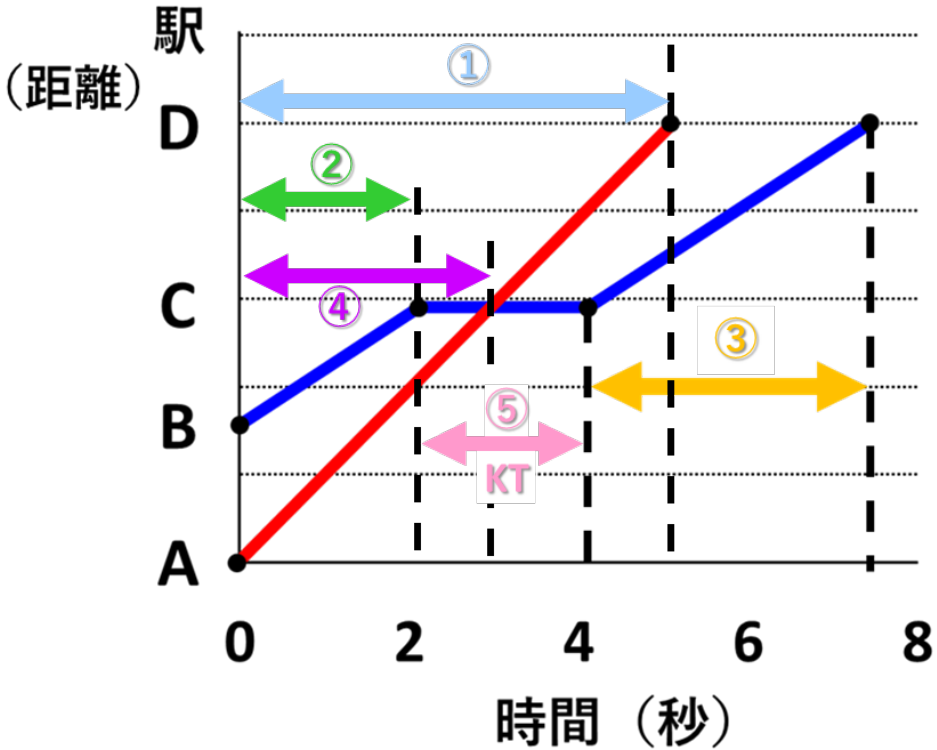
① 速い列車の「全体の走行時間」（SW 1 で計測）

④ 速い列車が発車してから遅い列車を追い越すまでにかかる時間（SW 4 で計測）

② 遅い列車の「B駅発車からC駅停車までの走行時間」（SW 2 で計測）

③ 遅い列車の「C駅発車からD駅到着までの走行時間」（SW 3 で計測）

果たして
予想と結果は一致するでしょうか？



6. 前のページの表の中に、ダイアグラムから予想される時間を書き込んだら、線路に列車を走らせて、本当にダイアグラム通りに走るかどうか、確かめましょう。

参考：役割分担（7人／班）の一例
速い列車・**遅い**列車が**同時に**出発

使用する器具

- ストップウォッチ(SW) 4台
- キッチンタイマー(KT) 1台

1. 出発係 I

速い列車を**A駅**から、**遅い**列車を**B駅**から、同時に発車させる。

2. SW 1 係（**速い**列車の「全体の走行時間（5-3.①の値）」を計測）

速い列車が**A駅を発車**したと同時に、**SW 1** をスタートさせる。**速い**列車が**D駅に到着**したと同時に、**SW 1** を止める。

3. SW 4 係（「**速い**列車が発車してから**遅い**列車を追い越すまでにかかる時間」を計測）

速い列車が**発車**したと同時に、**SW 4** をスタートさせる。**速い**列車が**遅い**列車を**追い越した瞬間**（列車の先頭が並んだ瞬間）に、**SW 4** のストップボタンを押す。

4. SW 2 係（**遅い**列車の「**B駅発車**から**C駅停車**までの走行時間（5-3.②の値）」を計測）

遅い列車が**B駅を出発**したと同時に、**SW 2** をスタートさせる。**C駅に停車**したと同時に、**SW 2** を止める。

5. KT係 & 出発係 2

C駅に停車したと同時に、**キッチンタイマー** {KT: 遅い列車がC駅に停車している秒数 (5-4.⑤の値) をあらかじめセットしておく} のボタンを押す。タイマーが0になったと同時に、**遅い列車**をC駅から**発車**させる。

6. SW3係 (遅い列車の「C駅発車からD駅到着までの走行時間 (5-3.③の値)」を計測)

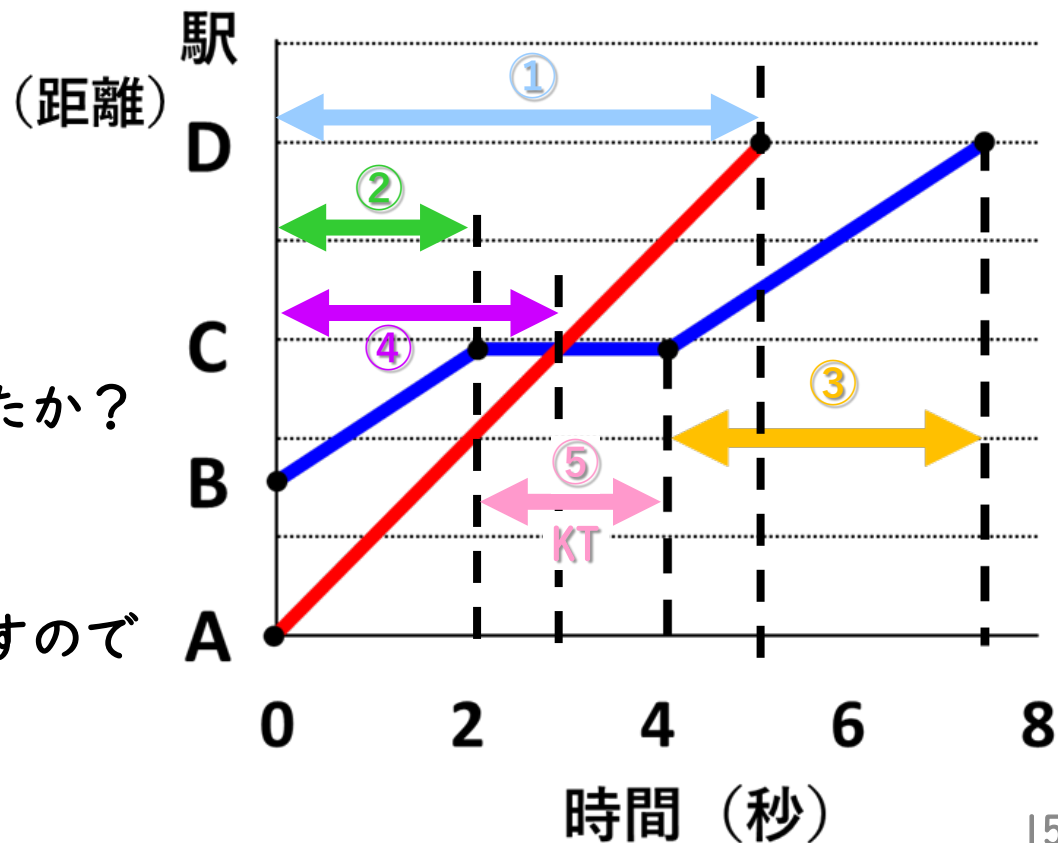
遅い列車がC駅を**発車**したと同時に、**SW3**をスタートさせる。D駅に**到着**したと同時に、**SW3**を止める。

7. 切り替え係

第1, 第2ポイントの切り替え

列車は、ダイヤグラム通りに走りましたか？

走らせることが出来たら
プラレールには十分に慣れたと思いますので
課題に進みましょう



課題①

先ほどと同じ“決められた線路”を使って、2台の列車の出発が“同時になくても”、ぶつからないようにするにはどうしたらよいでしょうか？ さきほど作ったダイヤグラムをもとにして、「2台の列車の出発が 同時ではない」新たなダイヤグラムを作りましょう。
作成出来たら、そのダイヤグラム通りに列車を走らせてみましょう。

「出発が同時ではない」場合

その①：速い列車の出発をおくらせる（遅い列車が発車後、整数秒間、速い列車はA駅に停車したまま）

その②：遅い列車の出発をおくらせる（速い列車が発車後、整数秒間、遅い列車はB駅に停車したまま）

停車時間（整数秒）を設定して右表に書き込もう

☆「速い列車がA駅に停車し続ける時間」または「遅い列車がB駅に停車し続ける時間」を設定しましょう（キッチンタイマー1(KT1)で設定：p.18, 20のダイヤグラム参照）

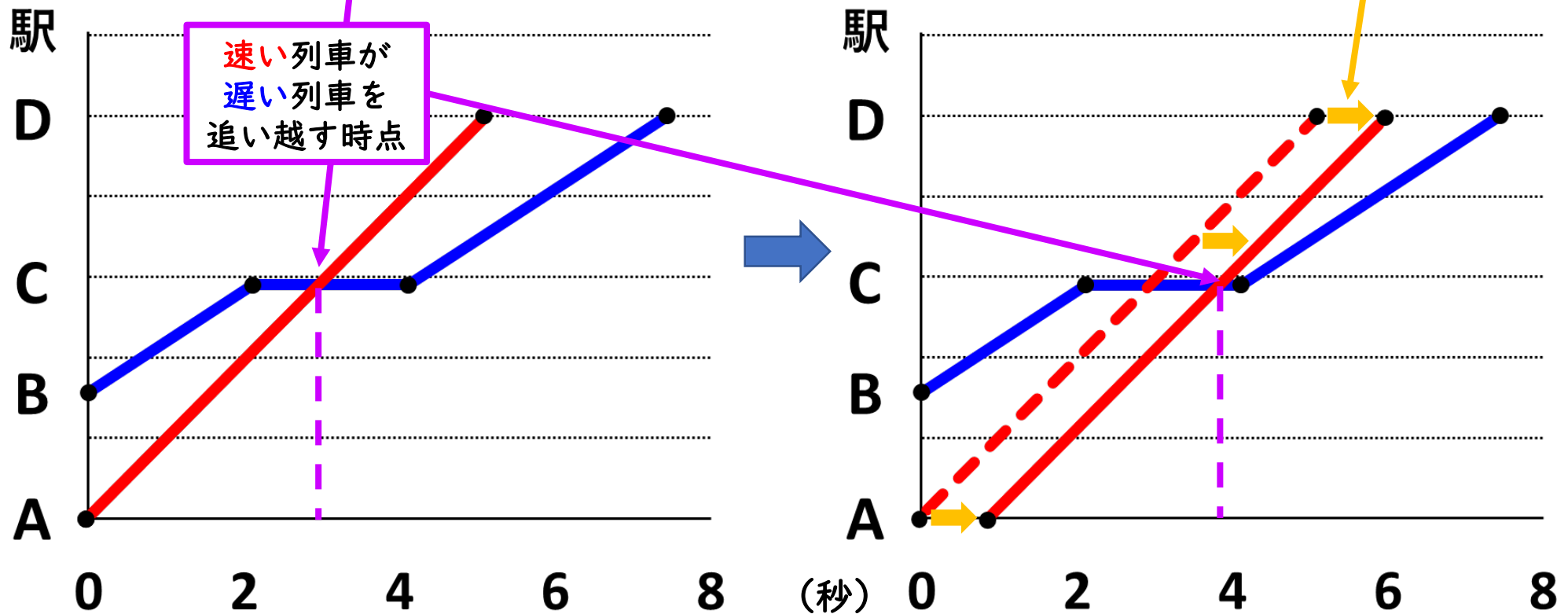
☆「遅い列車がC駅に停車する時間」も、設定しましょう（キッチンタイマー2(KT2)で設定：p.18, 20のダイヤグラム参照）

KT	停車時間 (整数秒)
1	
2	

「2台の列車の出発が“同時ではない”」新たなダイヤグラムを作る方法

例：その① **速い列車を遅い列車より後に出発させる場合**

「速い列車のダイヤグラム」が「遅い列車がC駅に停車していることを表す直線部分（X軸に平行な直線）」と交わるように、**速い列車のダイヤグラムを、A駅に停車している時間（整数秒）の分だけ“平行移動”**させれば良いですね。



その② **遅い列車を速い列車より後に出発させる場合には**
どうすればよいでしょうか？ 考えてみてください。

その① 遅い列車が先に、速い列車が後に出発

まず、ダイヤグラムから予想される4つの時間①～④を右の表に書き込みましょう（時間①～④は下のダイヤグラム例を参照）。

次に、実験して（列車を走らせて）計測した4つの時間①～④を右の表に書き込みましょう。

時間	ストップウォッチ	予想 （ダイヤグラムから読み取った値）（秒）	走らせた結果（秒）
①	SW1		
④	SW4		
②	SW2		
③	SW3		

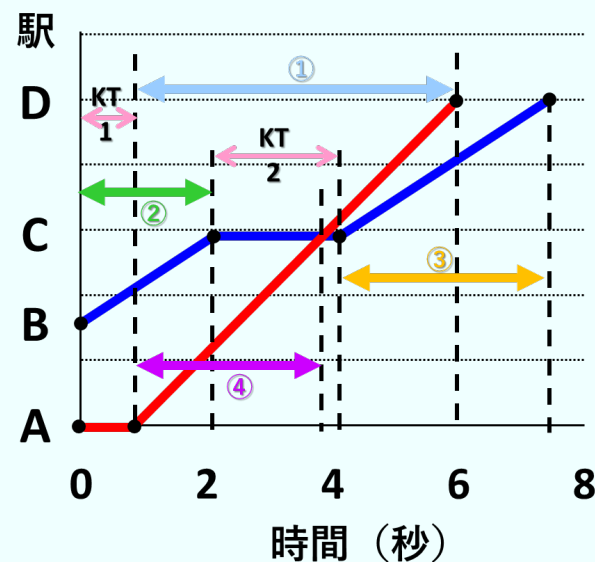
① 速い列車の「全体の走行時間」（SW1で計測）

④ 速い列車が発車してから遅い列車を追い越すまでにかかる時間（SW4で計測）

② 遅い列車の「B駅発車からC駅停車までの走行時間」（SW2で計測）

③ 遅い列車の「C駅発車からD駅到着までの走行時間」（SW3で計測）

果たして、予想と結果は一致するでしょうか？



参考：役割分担（8人／班）の一例 その① 遅い列車が先に出発し、速い列車が後に出発

1. KT係 & 出発係

遅い列車をB駅から発車させる。と同時に、キッチンタイマー「KT」（速い列車がA駅に停車している秒数をあらかじめセットしておく）を押す。

- ・ ストップウォッチ(SW) 4台
- ・ キッチンタイマー(KT) 2台

2. 出発係 2

タイマーが0になったと同時に、**速い**列車を**A駅から発車**させる。

3. SW 1 係 (①**速い**列車の「全体の走行時間」を計測)

速い列車がA駅を**発車**したと同時に、**SW 1**をスタートさせる。**速い**列車がD駅に**到着**したら**SW 1**を止める。

4. SW 4 係 (④「**速い**列車が発車してから**遅い**列車を追い越すまでにかかる時間」を計測)

速い列車が**A駅を発車**したと同時に、**SW 4**をスタートさせる。**速い**列車が**遅い**列車を**追い越した瞬間**(列車の先頭が並んだ瞬間)に、**SW 4**を止める。

5. SW 2 係 (②**遅い**列車の「B駅発車からC駅停車までの走行時間」を計測)

遅い列車が**B駅を出発**したと同時に、**SW 2**をスタートさせる。**C駅に停車**したと同時に、**SW 2**を止める。

6. KT 2 係& 出発係 2

遅い列車が**C駅に停車**したと同時にキッチンタイマー 2 (**KT 2**) (遅い列車がC駅に停車している秒数をあらかじめセットしておく) のスタートボタンを押す。タイマーが0になったと同時に、**遅い**列車を**C駅から発車**させる。

7. SW 3 係 (③**遅い**列車の「C駅発車からD駅到着までの走行時間」を計測)

遅い列車が**C駅を発車**したと同時に、**SW 3**をスタートさせる。**D駅に到着**したと同時に、**SW 3**を止める。

8. 切り替え係

第1, 第2ポイントの切り替え

その② 速い列車が先に、遅い列車が後に出発

まず、ダイヤグラムから予想される4つの時間①～④を右の表に書き込みましょう（時間①～④は下のダイヤグラム例を参照）。

次に、実験して（列車を走らせて）計測した4つの時間①～④を右の表に書き込みましょう。

時間	ストップウォッチ	予想 （ダイヤグラムから読み取った値）（秒）	走らせた結果（秒）
①	SW1		
④	SW4		
②	SW2		
③	SW3		

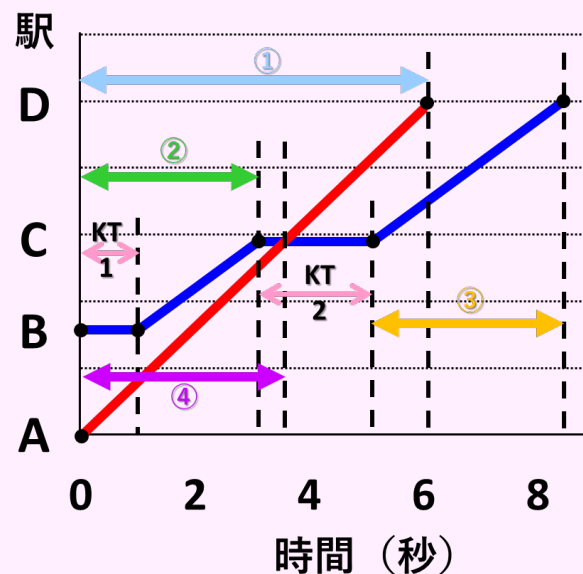
① 速い列車の「全体の走行時間」（SW1で計測）

④ 速い列車が発車してから遅い列車を追い越すまでにかかる時間（SW4で計測）

② 遅い列車の「B駅発車からC駅停車までの走行時間」（SW2で計測）

③ 遅い列車の「C駅発車からD駅到着までの走行時間」（SW3で計測）

果たして、予想と結果は一致するでしょうか？



参考：役割分担（8人／班）の一例 その② 速い列車が先に、遅い列車が後に出発

Ⅰ. KT 係 & 出発係 Ⅰ

速い列車をA駅から発車させる。と同時に、キッチンタイマーⅠ（KTⅠ）（遅い列車がB駅に停車している秒数をあらかじめセットしておく）を押す。

- ・ ストップウォッチ(SW) 4台
- ・ キッチンタイマー(KT) 2台

2. 出発係 2

タイマーが0になったと同時に、**遅い**列車を**B駅から発車**させる。

3. SW 1 係 (①**速い**列車の「全体の走行時間」を計測)

速い列車がA駅を**発車**したと同時に、**SW 1**をスタートさせる。**速い**列車がD駅に**到着**したら**SW 1**を止める。

4. SW 4 係 (④「**速い**列車が発車してから**遅い**列車を追い越すまでにかかる時間」を計測)

速い列車がA駅を**発車**したと同時に、**SW 4**をスタートさせる。**速い**列車が**遅い**列車を**追い越した瞬間**(列車の先頭が並んだ瞬間)に、**SW 4**を止める。

5. SW 2 係 (②**遅い**列車の「B駅発車からC駅停車までの走行時間」を計測)

遅い列車がB駅を**出発**したと同時に、**SW 2**をスタートさせる。**C駅に停車**したと同時に、**SW 2**を止める。

6. KT 2 係& 出発係 2

遅い列車がC駅に**停車**したと同時にキッチンタイマー 2 (**KT 2**) (遅い列車がC駅に停車している秒数をあらかじめセットしておく) のスタートボタンを押す。タイマーが0になったと同時に、**遅い**列車を**C駅から発車**させる。

7. SW 3 係 (③**遅い**列車の「C駅発車からD駅到着までの走行時間」を計測)

遅い列車がC駅を**発車**したと同時に、**SW 3**をスタートさせる。**D駅に到着**したと同時に、**SW 3**を止める。

8. 切り替え係

第1, 第2ポイントの切り替え

列車は、ダイヤグラム通りに走りましたか？

列車の出発が同時でなくても、ぶつからずに走らせることができれば、

次の課題に進みましょう



課題②

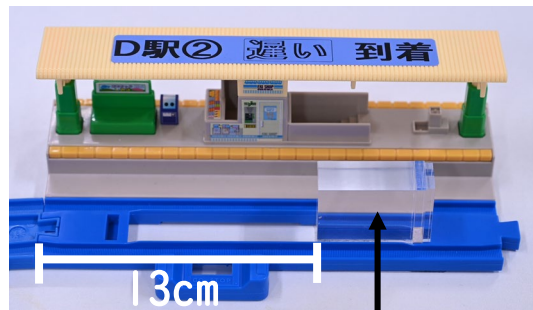
1. 駅間の距離を変えたり、総走行距離を長くしたりして、オリジナルの線路を作ってみましょう。
2. これまでの経験を生かして、**速い**列車と**遅い**列車がぶつからないようなダイヤグラムを、作ってみましょう。
3. **速い**列車と**遅い**列車の出発は、同時でも、違ってても、OK。
4. ダイヤグラムが出来たら、それ通りに列車を走らせてみましょう。

2台の列車をぶつからずに走らせることができるでしょうか？

オリジナルの線路とダイヤグラムを作ろう：条件は以下の通り

1. 必ず、どこかの地点で、速い列車が遅い列車を追い越す
2. 駅での停車時間は、整数秒（KTで設定）とする
3. 出発はA駅、到着はD駅（1番線と2番線）とする（下写真）

D駅 x2（1番線・2番線）



車両止め

速い列車

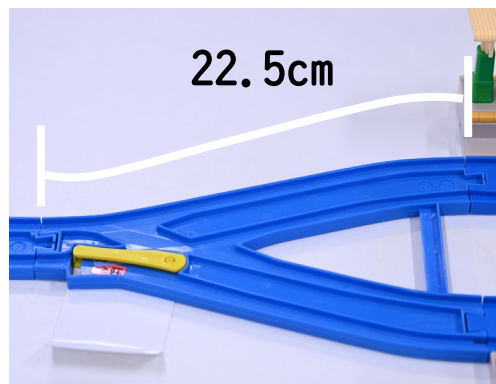


遅い列車

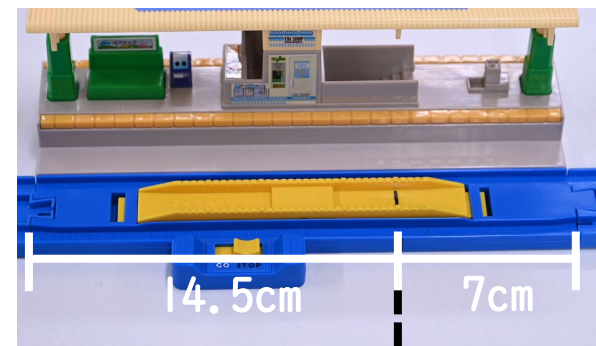


4. 使用する各線路部品

Y字線路

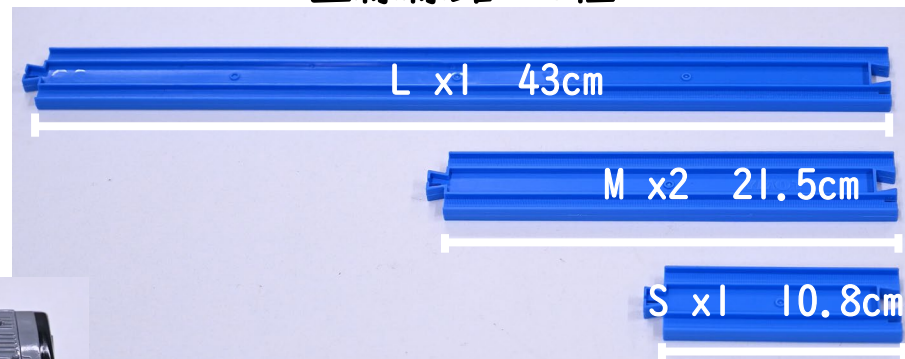


駅



停車ライン

直線線路 3種



線路に列車を走らせる前にオリジナルのダイヤグラムを作しましょう

ダイヤグラムを作るには・・・

- 1. 駅と駅間の距離
2. A駅から各駅までの距離（①～⑥は1.の表を参照）
3. 各列車の走行速度・・・ダイヤグラムの直線の傾き
4. 各駅での停車時間・・・X軸に平行な直線部分の長さ

1. 駅と駅間の距離（駅の数最大7：6以下でも可） これらの値が必要です

各駅間の距離（cm）						
①	②	③	④	⑤	⑥	合計（総走行距離） ①+②+・・・+⑥
Aと___の間	__と__の間	__と__の間	__と__の間	__と__の間	__と__の間	
cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm

2. A駅から各駅までの距離（①～⑥は上の1.の表を参照）

駅の位置（A駅停車ラインからの距離）（cm）						
A駅	___駅 小計 ①	___駅 小計 ①+②	___駅 小計 ①+②+③	___駅 小計 ①+②+③+④	___駅 小計 ①+②+③+④+⑤	D駅 小計 ①+②+③+④+⑤+⑥
0 cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm

3. 各列車の走行速度：p.12で作成したダイヤグラムを基に計算しましょう

走行速度の計算式

速い列車：A-D駅の距離（205.8cm） ÷ A-D駅の走行時間

遅い列車：B-C駅の距離（54.8cm） ÷ B-C駅の走行時間
or
C-D駅の距離（86.5cm） ÷ C-D駅の走行時間

列車	各駅間の走行距離（cm）	駅間の走行時間（秒）	走行速度（cm/秒）
速い	A駅とD駅の間：205.8 cm	秒	cm/秒
遅い	__駅と__駅の間：__cm	秒	cm/秒

4. 各列車の停車時間を設定しましょう ☆ 停車しない駅には「0」を記入

列車	各駅での停車時間（秒）					
	A駅	__駅	__駅	__駅	__駅	__駅
速い	秒	秒	秒	秒	秒	秒
遅い	秒	秒	秒	秒	秒	秒

1, 2, 3, 4 の表が全て出来上がったら（全ての値が出揃ったら）
これらの値を使って2台の列車の走る様子を
ダイヤグラムで表してみましょう（別紙の方眼紙に）

みなさんが作ったオリジナルの線路を走る列車のダイヤグラムは書けましたか？

ダイヤグラムが出来たら、線路に列車を走らせて計測すべき時間（そのストップウォッチで、ダイヤグラムの中のどこからどこまでの時間を計測するのか：ダイヤグラム内に番号を振ると良いでしょう参照 p. 18, 20のダイヤグラム）を、走らせる前に（実験前に）把握してください。それぞれのストップウォッチで計測する時間を事前にダイヤグラムから読み取って、右の表に書き込みましょう。

時間	ストップウォッチの番号	予想 (ダイヤグラムから読み取った値) (秒)	計測した結果 (秒)
		秒	秒
		秒	秒
		秒	秒
		秒	秒
		秒	秒
		秒	秒
		秒	秒

次に、列車を走らせましょう。p. 14-15, p. 18-21を参考に、計測の役割を分担しましょう。列車を走らせて計測した時間を、それぞれ上の表に書き込みましょう。

予想と結果は一致しましたか？

ダイヤグラム通りに列車は走りましたか？

終わりに

ダイアグラムは距離と時間の関係を表す一次関数のグラフそのものであると言えます

数学で習ったことは社会に役立っています

身の回りにある様々なモノを

開発したり作ったりするときに

数学で習ったことが生かされています

ぜひ、数学に興味を持ってください！！



お茶の水女子大学
Ochanomizu University



理系女性教育開発共同機構
CORE of STEM

ver.2019.02.28