物理はお友達　I

力学基礎編

改訂版

お茶の水女子大学
理系女性教育開発共同機構

はじめに　改訂版によせて

2017 年 3 月に本書を発行し、2 年間で多くの皆様にご活用いただきありがとうございます。女子高校生の学び直しや物理への関心を持っていただけただけでなく、広く大学生や社会人、お子様の学習のためなど皆様からも本書に関心を持っていただき配布させていただき、分かりやすいと評価をいただくことができました。
ご活用いただいた中で、さらに分かりやすくするための改善点などについてのご意見ご要望もいただきました。

このたび、そのような視点から多くの箇所に補足を付け（＊印の項目）、巻末には略解だけでなく解答も載せました。また、誤りなども直し、「物理はお友達Ⅰ力学基礎編　改訂版」を発行いたします。
これまで以上にご活用いただければ幸いです。

2019.3.31 改訂版編集グループ

はじめに

物理は難しくて・・・と思っているあなたへ ♪
物理は難しくて・・・だから理系はあきらめよう・・・理科は面白いし好きだけど・・・と思っている高校生は少なくないと言われています。また、学校時代、物理は好きじゃなかった・・・苦手だった・・・でも大人になって物理に触れてみて、こんな物理だったら好きになれたのに！と思っている大人も少なからずいます。「物理って面白い！」「難しくない！」と思っていただけるように、本書を編集しました。

物理が大好きで、もっと勉強したいと思っているあなたへ ♪
本書は物理の真髄が伝わるように、書かれています。納得がいくことと思います。

著者は、30 年以上女子高校で物理を教えてきた、村井利行先生です。どうやったら高校生－特に女子高生－に物理の面白さが伝わるか、工夫を重ねてきた経験を本書にまとめました。

本書は、物理の苦手な高校生に「物理って面白い！」と思っていただけるように、物理が好きな高校生に「納得！」を深めていただけるように、編集しました。

物理は、それ自身興味深いサイエンスであるとともに、あらゆるサイエンス・テクノロジーの基本です。本書をベースに、多くの方が様々な分野で活躍されることを願っています。

編集グループ

目　次

この冊子の使い方

１．物理の副教材として活用してください。
２．例題には必ず取り組んでください。
３．問題を解く時間がない場合でも、目は通しておいてください。
４．ごく基本的な問題は収録していないことが多いです。必要な場合は、学校で使っている教科書・問題集の該当する問題を解いてください。

ウェブサイトについて

下記のウェブサイトに本冊子に関する最新の情報を掲載する予定です。補足説明や問題の解法、正誤表、質問への回答などを掲載します。質問コーナーも設けますので活用して下さい。

お茶の水女子大学理系女性教育開発共同機構ウェブサイト
http://www-w.cf.ocha.ac.jp/cos/

力と動き そしてエネルギーへ

―― イメージとリアリティー(生活感)を大切にして ――

「物理は計算ばっかりーッ！」と思ってませんか？･･･確かにそれは否定できないですね。数値まで弾き出せるというのが物理の持ち味とも言えるので。けれど、いちばん大切なのは数式・計算ではなくて、意外にも「イメージ」なんですヨ！そのイメージを余す所なく正確にそして簡潔(！)に表現する手段として数学という“言葉”を使っているのです。さらに言うと、そのイメージに、日々の生活の中にある“ふだん着のリアリティー”を感じてほしいです。

ところで、ひょっとして皆さんは「理系の科目は論理的(理屈っぽい)」って思ってないですか？これも否定はできませんが、皆さんは今まで理科や数学の勉強をしてきて「理屈は一応追っていけるけど、何かピンとこない」という気分を味わったことがあるでしょう。誰でも皆そうなのです。「理屈」と「ピン」はなかなか結びつかない。それに「理屈」だけだとすぐに忘れてしまう。実は「ピン」のためにはイメージとリアリティーが大切なのです。「ピンとこない」は「イメージが描けない、身近に感じない」ということなのです。

この冊子では、昔ばなしから始まって、力や運動の話、そして中学校でも勉強した力学的エネルギーの話題へと進んでいきます。はっきり言って、多くの人が“肩がこる”と感じる分野でしょう。でも、是非じっくりと取り組んでほしいです。そして「イメージとリアリティー」の力で「面白い！」と感じてもらえたらなぁ、と思っています。実際に高校で長年使ってきたテキストを土台にして書き上げたもので、易しい内容ばかりではないのですが、“ホンキ”の内容です。

じっくり・ゆっくり・あきらめず・粘り強く学習していきましょう。「継続は力なり」を信じて！

１．物理昔ばなし(1)：天界と地上

慣性の法則って単純なようで、そうでもない。慣性の法則を見つけ出すまでには、とても長い時間がかかった。その道のりを辿ってみよう。

昔の人が考えたことを簡単に笑うわけにはいかないんだよ。私達(現代人)の考え方だって、基本的なところで「な～んだ、昔の人と同じだー」という例が多いと思う。学校で“よけいなこと(?)”を教わらなかったら、私達はむしろ昔の人の考え方が素朴で分かりやすくて、だから“正しい”って判断するかもしれない。長い時間を掛けて辿り着いた現代の科学を「なるほどネ」って納得するためには、「人々が自然をどんなふうに受けとめてきたのか」に触れるのは良い方法だと思う。まずは自然の法則がどこでも同じに成り立っているってことが分かっていった歴史からはじめるね！

①（天動説）

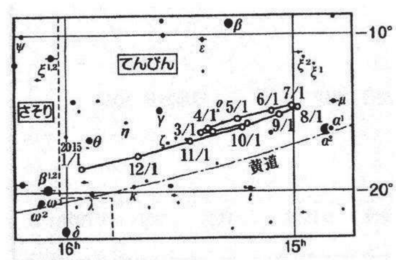
ず〜と昔、地面は平らと考えられていたが、人々の行動半径の拡大に伴い、地面が曲がっていること、さらに球形になっていることが、経験的に受け入れられていった。こうして「地球が宇宙の中心に静止していて、月、太陽、惑星、星がそのまわりを回る」という**天動説**が認められていった。天動説では、地上（地球）と天界はまるで違う世界と考えられていた。多くの人々が、天界を「神の世界」と信じていた。それ故、天界は一定不変・完全無欠・純粋一様･･･で、**「天のもの(天体)」は完全な球形、完全な円軌道を一様な速さで永遠に一定不変の動きをしていると信じて疑わなかった。**実はこのことが慣性の法則を見出すもとになっていた。それをこれから辿っていこう。

図1.1 昔々、天界と地上は、まったく別の世界だと考えられていた。

②（地動説）

惑星は星座の中をさ迷い歩く(図1.2)。だから惑星という(planet：語源は「さ迷い歩くもの」、遊星ともいう）。惑星のこのような動きを天動説に基づいて説明するために、いろいろな技巧が考えられ、複雑な理論に発展していた。

コペルニクス（1473〜1543）は宇宙の中心に太陽を置き、地球を惑星の一つに数えるという**地動説**を示唆し、この考えを用いるなら、一見気まぐれのような惑星の動きが簡潔に説明できることを示した。しかし、相変わらず「**天体の運動は等速円運動である**」という当時の常識は、疑うこともなく、そのまま残していた。



『天文年鑑2014』(誠文堂新光社)より

図1.2 土星の動き。惑星は星座の中をさまよい歩く。単純な天動説では、逆行(図中の3/1〜8/1頃)の現象を説明することができなかった。

③（自然法則の普遍性）

星の位置測定は実用的な目的で大昔から行われていた。主な目的は、暦算（こよみの計算）、天測（星の位置を測定して自分の位置を知る）、そして占いである。測定精度は、**ティコ**（1546〜1601）に至って、肉眼による観測精度の限界に達していた（実に60分の1度以下の誤差）。ティコの弟子であった**ケプラー**（1571〜1630）は、ティコから与えられた火星の観測データや、自らの観測データを詳しく調べ、**火星が太陽のまわりを楕円軌道を描いて回っている**ことをはじめ、惑星の公転に関する明快な法則(ケプラーの法則)を発見した。一方、**ガリレイ**(1564〜1642）は自作の望遠鏡で天体を観察し、「月にもアバタ（クレーター）」「太陽にはシミ（黒点）が出ては消え」「土星にはコブ（輪）」「木星にも月(衛星)」などを見出し、**“天界の実態”を明らかにしていった。**

“天界”と地上が同じ世界であることを決定的に示したのは**ニュ**

ートン（1642～1727）だった。ニュートンは、惑星の運動(ケプラーの法則)や落下運動などを調べ、運動の基本法則とともに**万有引力(重力)**の法則を見つけ出した。これらの法則は、天体と地上の物体などの区別なく、どこでも、どんな物体にも完全に同じように成り立っている（**自然法則の普遍性**）。

１[**考察**]天体はみな数学的に厳密な円軌道を描いているはず、と昔の人が思い込んだ原因(きっかけ)は何だろうか。
２[**考察**]コペルニクスの地動説が、発表当時、すぐには世間に受け入れられなかったのはなぜだろうか。

＜コラム１＞ 周転円

素朴バージョンの天動説では、天体は地球を中心に等速で円運動をしていると考えられていたので、地球から見た惑星の動きを説明しきれてなかった(逆行など)。それで新しいアイディアとして図1.3のような周転円が考案された：点Ａが地球のまわりを等速で円運動をしていて、火星などの惑星は点Ａを中心として等速の円運動しているというのだ。それでも観測データを説明しきれないと分かると、周転円の上に周転円を重ねて計算を行ったとのことだ。

コペルニクスの地動説では、このような複雑な仕掛けを使わなくても惑星の動きをかなりよく説明できた。でもね、相変わらず惑星が厳密に等速で円運動をしていると信じていたので、観測データとの一致という点では“技巧的な天動説”による計算結果のほうがむしろ正確だったんだって！。これどう思う？！

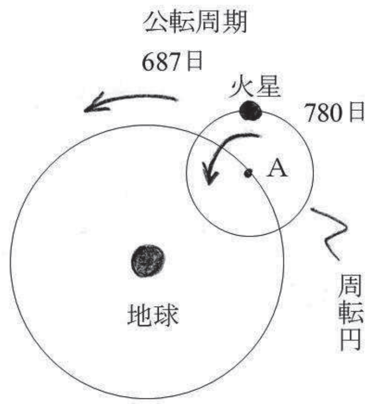


図1.3 天球上での惑星の動きを説明するために用いられた周転円モデル。
これでかなりうまく惑星の動きが説明できたという。

２．物理昔ばなし(2)：物体の慣性

自然法則の普遍性の話はどうだったかな？地上でも月でもアンドロメダ銀河でも、自然法則は同じ。「そりゃそうなんじゃない」って今じゃ常識かもしれないけど、そこに至るまで、人々はいろいろと考えを巡らしてきたんだね。

さてさて、次は慣性の法則。慣性の法則だって簡単に見付かったんじゃないんだよ。その経緯を大雑把にでも知っておくことは、今後の学習のためになる、ゼッタイに！

①（運動の法則）

前節で述べたように、「惑星や月のような天体は、その本来の性

質として（何かに動かれているのでなく）等速円運動をする」とむかし信じられていた。“宇宙の始まりの時に、神様が惑星に運動を与えた”といった意味での運動の原因はありうるが、その後の等速円運動は“天体の運動法則そのものである”と考えられていた。

一方、地上の物体に関しては、“静止こそが本来のあるべき状態”であり、運動は何らかの原因（力）のもとに強制的に生じていて、原因（力）がなくなれば、物体は静止の状態に戻ろうとする：**「動くものは動かすものによって動かされる（アリストテレス(BC 384～BC322))」**と説かれていた。しかし、この考えでは、例えば矢がまっすぐに遠くまで飛んでいくような現象の説明が困難だった。

②（慣性の法則）

ガリレイは、天界と地上は特に違う世界だとは考えてなかった。そこで**地上の物体も摩擦が働かなければ、天体のように、はじめに与えられた運動をし続けるだろう**と考えた。ただし、いろいろな考察から、その運動は**等速円運動ではなく等速直線運動を基本とする**と見抜いていた(物体の慣性)。ガリレイの後、デカルトがガリレイよりもはっきりと上述の「物体の慣性」を提唱していたが、「慣性の原因を説明する」という迷路に入り込んでいってしまった。

ニュートンは、ガリレイ、デカルトの議論に触発され、上記の慣性(運動を続ける傾向)を、運動の法則の基礎に位置づけ、その土台の上に壮大な理論を築き上げていった。

このようにして慣性の法則が見出され、運動の基本法則と見なされるようになったが、デカルトが考えたような「なぜ慣性という性質が現れるのだろうか」という疑問は未解決のままであった。ニュートンは、この問題にまともには取り組まなかった。実は、その姿勢こそ“ニュートン流”とも言えるのである。ニュートンは「解明できるものを解明していった」のだった。

３[考察]ガリレイは、「慣性」に気付きながらも、初めの内は「等速直線運動を続ける」ということが運動の基本的な法則だとは認めることができなかったようだ。当時の宇宙観の影響という観点から、この理由を推察せよ。

３.慣性の法則

ここまでのお話を思い出してみよう。「天の世界は純粋・永久不変で･･･等速円運動･･･」っていうイメージから始まって、「天も地も区別はない」と分かってきて･･･そしてついに慣性の法則発見っていうビッグイベントに到達したんだったね。長い長い歴史だったんだ。でもね、p.4の「**動くものは動かすものによって動かされる**（アリストテレス(BC384～BC322)）」をもう一度、振り返ってみよう。これって“自然だよね！(笑)”。そうなんですよ。私達現代人も(あ、犬も？)、ここからなかなか抜け出せないですよー！ だからね、慣性の法則は、それを**自覚**しつつ学習していくのが効果的な学習方法だと思うよ！

①（慣性の法則）

力が働いていない物体は、静止 または 等速直線運動を続ける。　･･･(3.1)

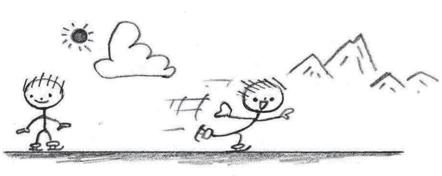


図3.1 摩擦を減らすと、動いているものは、ずっと動き続ける。

これが**慣性の法則**である。

次のような、くだけた表現も意外と便利だ：

物体は、静止または等速直線運動を保とうとする　･･･(3.2)

また、このような性質(傾向)を**慣性**と呼んでいる。「力が働いていない」という表現は、「力が打ち消し合っている(和がゼロ)」の意味も含んでいると解釈される。

力が働いてない物体が「静止」していることについては、誰もその理由（原因）を知ろうとはしないだろう。慣性の法則は、それと同じ意味で、摩擦を取り除いたときなどの「等速直線運動」には、そうさせている原因(力)は何もないと主張している。

(注) 次の**例題**を解く前に、p.6の問題のうち、(**基本**)と記されている問題に取り組んでおいてください。

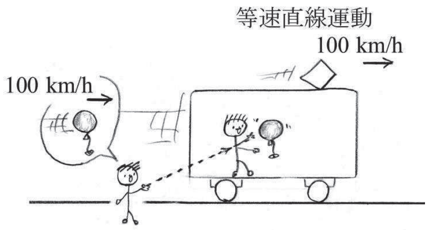


図3.2

例題１[考察] 風船は空気が押している？

等速直線運動をしている電車の中で、ヘリウム風船を浮かせたらどうなるか？空中に静止させることができるか？

例題１(解) <u>静止させることができる</u>。このとき、風船に働く力の和は ０ 。だからこそ風船は慣性の法則にしたがって、電車と同じ等速直線運動を続けている。電車の中の空気が風船を押して動かしているわけではない！もし空

気が押しているのなら、風船の左右で空気の圧力が違うということになるが、そうだったら、車内の空気が動くはず(風が吹く）。

４[**確認**]慣性の法則を述べよ。また、それを分かりやすく、くだけた表現にせよ(「くだけた」という理由も考えよ)。

５[**実技！**]エアトラック上で滑走体をゆっくり動かし、“念力”とか“見えない糸”で動かしているかのような演技をせよ。誰が一番うまいかな？案外、演技のほうが慣性の法則よりリアルだったり！･･･困ったことに

次の問題６～１３は、状況を簡単にスケッチしてみよう！そして慣性の法則の「くだけた表現(p.5の(3.2)) 」を適用しよう。

６(**基本**) バスが急発進や急停車をすると、乗客が倒れることがある。この理由を述べよ。

７(**基本**) 車のシートベルトはなぜ必要か。

８(**基本**) 飛行機が発進するとき、乗客が座席に押しつけられるのはなぜか。

９　バスが交差点を曲がるときに乗客が感じる**遠心力**の原因を慣性の法則を用いて説明せよ。

ヒント：真っ直ぐ進んできたバスが交差点を曲がる様子を上空から見ていると想像せよ。乗客に注目し、慣性の法則を当てはめよ。

１０　並んで走っている二人のバスケットボールの選手がいる。相手にボールをパスするには、どの向きに投げればよいか。

１１　スケボーに乗って等速で移動しているとしよう。ジャンプして、再びスケボーの上に乗るには、どのような向きにジャンプすればよいか。

１２[**考察**] 電車が等速直線運動をしているときには、乗客が飛び跳ねても、あるいはボールを真上に投げ上げても、電車が先に行ってしまうことはない。この理由を述べよ。（地動説はこの問題の解決に手こずった：地球が動いていたら、飛び上がった人はどうなる･･･！）

１３[**考察**] 地球を周回する宇宙船での船外活動の際、地球に対して8 km/sもの速度で移動しているにもかかわらず、身体を引いてもらうための綱などを必要としないのはなぜか。

１４[**考察**](**やや難**) 図3.3のように、水槽の水の中に糸を付けたピンポン球を入れる。水槽を動かした時、ピンポン球はどのように反応するか。

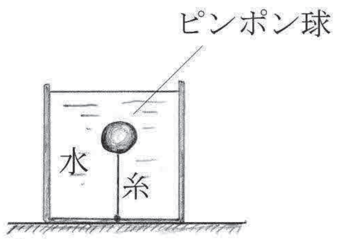


図3.3

４．力の性質

　力が働かないと、物体の速度は変わらないってさッ（慣性の法則）。確かに自転車で走っていて、こぐのを止めてもスーっと走り続ける。何かが自転車を引いたり押したりしてるわけじゃないんだよね！不思議かな？でも、とりあえず「それが法則」と受け入れておいて下さい：人類の長～い歴史の中で、ガリレイ、デカルト、ニュートンが“つい最近”ようやく見つけ出したことなんだから、そう易しくはないはずさッ！

　さて次は、力が働いたらどうなるの？という話題。･･･力が働いたら速度が変化するんだけど、まぁ待って、ちょっとここで、力の基本的な性質をまとめておこう。

①（力の表し方）

　力はよく「矢」で表される。矢の向きが力の向きを表し、長さが力の大きさ(強さ)に比例するように描くという立て前になっている。力が働いている場所を**作用点**といい、力の矢は作用点を起点として描くとよい(ただし、これは規則ではない)。

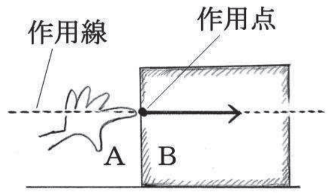


図4.1 力は矢印で表現される。指Ａと箱Ｂの間に隙間を入れてあるのは、“指で箱を押している力”は「**箱が指から受けている力**」で、この力の**作用点はＢにあること**を強調するため。

<補足１> 作用点の場所

　図4.1で、箱Ｂが指Ａからの影響を受けている場所が作用点であり、作用点は箱Ｂ側にある。それを強調する意味でＡとＢを少し離して描いてある。p.8<補足２> 参照

②（力の大きさの単位：Nとkgw(いわゆる“キロ”)）

　力の大きさ(強さ)の単位1 N(ニュートン)は、地上で質量0.1 kg＝100gの物体に働く重力の大きさにほぼ等しい。単位N は理論的な計算に便利であることが後に分かる。

　一方「握力40キロ」のように、普段何気なく使う力の単位は“キロ”ではないだろうか。この“キロ”は正式には kgw (キログラム重)と記される単位だ。地球の表面（厳密には、標準重力の場所）で、質量1 kg の物体(水１リットル)に働く重力の大きさと同じ大きさの力を1 kgwと定義する(1 gの物体なら1 gw)。地球の重力を使って定義している単位で、地球上の日常生活では分かりやすく便利な単位だ。なお、kgw、gwの直感的イメージは「重力」で良いのだが、どんな力にも使える単位だということは理解しておこう。この冊子では kgw、gw をそれぞれ“キロ力(りょく)”“g力(グラムりょく)”という愛称(！)で呼んでおく。“キロ力”とN の関係は次の通り(なぜこうなるかは p.25 問題４２で)：

図4.2　1 kgの物体に地球上で働く重力の大きさ(強さ)を 1 キロ力(kgw)と定義する。

$$1\ \text{キロ力}\underset{}{(\text{kgw})} \fallingdotseq 9.8\ \text{N}、\quad 1\ \text{N} \fallingdotseq \frac{1}{9.8}\ \text{キロ力}(\text{kgw}) \fallingdotseq 0.102\ \text{キロ力}(\text{kgw}) \quad \cdots(4.1)$$

1 Nと 1 キロ力との大きさの比は、およそ 1：10 である。

<補足２> そもそも力って何？

力とは何か･･･これが意外とチョー難問！　ここでは深入りしないでおくネ。物理学での用語としての「力」とは、物体の動き(速度)に変化を与える「はたらき」とか、物体を変形させる「はたらき」という説明が定番。さらに補足すると･･･なんて言うか、「物体が**瞬間瞬間**に他のものからどんな影響を受けているか」を表しているって感じかな。そうそう「エネルギーとは違うんだよ〜!」っていうことは心に留めておいてほしいなッ。エネルギーのように貯めておけるものとは違うんだな。そういったものが矢を使ってうまいこと表現できちゃうというわけだ。その程度のイメージで済ませておくのが無難なり。

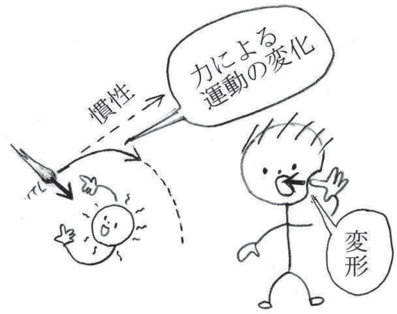


図4.3 物理での力の意味・はたらき。物体が他のものから受けている影響というニュアンス。

１５[確認]日常よく使われている力の大きさの単位 1キロ力(kgw)は、どのように定義したらよいか。また1キロ力はおよそ何Nか。

１６ (大気圧)地表付近の大気圧は、およそ$1.0\times10^5\ \text{N/m}^2$である(1気圧)。この値を キロ力/$\text{m}^2$($\text{kgw/m}^2$) および キロ力/$\text{cm}^2$($\text{kgw/cm}^2$) の各単位で表せ(1 キロ力≒ 10 Nで概算せよ)。

１７ (水圧) 水の密度は$1.0\ \text{g/cm}^3$である。

(1) 1 m^3の水に地表付近で働く重力は何キロ力(kgw)か。

(2) 地表付近で、水深10 m の水圧はおよそ何キロ力/cm^2(kgw/cm^2)か。それはおよそ何気圧か。ただし、大気圧の影響は除いて、水のみによる圧力を求めよ。

③（力の合成、分解、つり合い）

$\boxed{\text{合成}}$

２つ以上の力を１つの力で置き換えることができる。これを力の合成といい、次のことが確認されている。

力は「平行四辺形の法則(図4.4)」にしたがって合成される(力の合成法則)。

例えば、図4.4において、F_1、F_2 を合成した力をFとすると「力 F_1、F_2 が同時に働く」のと「力 F が一つだけ働く」のとでは、その効果が同じであり物体の運動は完全に同じになる。力 Fを

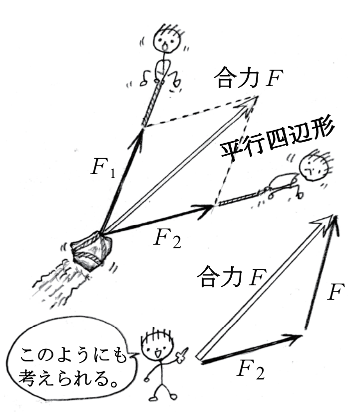


図4.4 力の合成。2 つの力F_1、F_2が同時に働くのは、合力Fが1 つ働くのと同等。

F_1とF_2の**合力**という。

<補足３> 当たり前のことではない

力の合成法則(平行四辺形の法則)はかなり古くから知られていたようだが、決して当たり前のことではない。実験・観察で確かめなければならない法則。そのことはよ〜く理解しておこう。

分解

「坂が急なほど上るのが大変になるのはどうして？」なんて尋ねられると、当たり前すぎて返答に困るかな。いろんな説明の仕方がありそうだけど多分、「力の分解」を利用する方法が一番単純で分かりやすく、またいろいろと応用ができると思う。図4.5のように、荷物に働く重力Wを２つの力 f_1、f_2 に分けて考えるのだ。

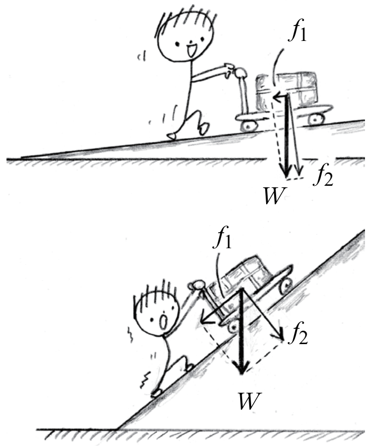


図4.5 力の分解。1つの力Wを２つの力 f_1、f_2 に置き換えて考えることができる。

力の分解は、力の合成法則を逆に使っている。図4.5のように、ホントはたった１つの重力W をわざわざ２つの力 f_1、f_2に**分解**して(置き換えて)取り扱うのだ。もちろん力 f_1、f_2の合力は重力W。力の分解の御利益の１つとして、力の役割が見えてくることがあげられる。この例では、力 f_1は「荷物を斜面下方に引く力」、力f_2は「荷物を斜面方向に押しつける力」になっている。

力 f_1、f_2 を力W の**分力**あるいは**成分**という。

坂が急なほど重力Wの成分f_1 が大きくなるので、それに逆らって上るには、より大きな力が必要になるというわけだ。

なお、力を分解する方向は、自由に選んでよいのだが、実用上は図4.5のように直交する２つの方向に分けることが多い。

例題２(基本) 斜面の処方箋！

図4.6のように、傾きθ の斜面上の物体に働く重力をWとする。重力Wの斜面方向成分 f_1 、および重力の斜面に垂直な方向の成分 f_2 を求めよ。

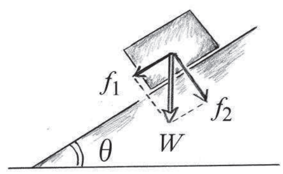


図4.6

例題２(解) 図4.6で、力 f_2 と W がなす角は θ (証明は各自で考えて！)。f_1とf_2 は図中の長方形の2 辺になっていて、W はその対角線。 $\sin\theta = f_1/W$ から $\underline{f_1 = W\sin\theta}$、また、$\cos\theta = f_2/W$ から $\underline{f_2 = W\cos\theta}$

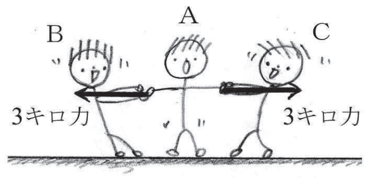


図4.7 大きさが同じで向きが逆の力は、力の働きが打ち消し合う。力がつり合っているともいう。

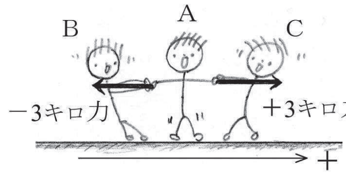


図4.8 「向きの情報」として+−の符号を用いると、つり合っている力の和は０と表現できる。

つり合い

図4.7のように、ＢさんとＣさんがそれぞれ 3 キロ力(≒30 N)の同じ大きさの力でＡさんを左右に引くなら、Ａさんは動かない。このとき、これらの力は**つり合っている**という。また、右向きを正(＋)の向き、左向きを負(−)の向きと約束するなら、ＢさんＣさんはそれぞれ−3 キロ力、＋3 キロ力の力でＡさんを引いていて、Ａさんに働く２つの力の和は

力の和 ＝ (−3 キロ力)＋(＋3 キロ力)＝ 0 　　　・・・ (4.2)

になっている(図4.8)。

次に、３力が働く場合の例として図4.9のように糸でぶら下げた紙袋が風に吹かれ、糸がななめになっている場合を考えよう。図4.10のように、紙袋には重力 W、糸の張力 T、風から受ける力 F の３力が働くが、例えば Wと F の合力 $F_{合}$が Tとつり合っていると見ることができる。このように２力の合力(１つの力)を考えると、「３力のつりあい」を「２力のつり合い」に格下げ(!?)することができ、話が簡単になる。(4.2)式と同様、Tと $F_{合}$の和は0である。さらに図4.10を参考にしながら、この３力 F、W、Tの矢を図4.11のようにつなげていくと、三角形が形づくられる･･･つまり、力の矢が出発点に戻るのだが、これは３力の和(３力を合成した結果)が 0 になっていることを示している(前述 合成 の図4.4も見て下さい)。

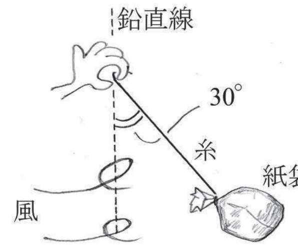


図4.9 風の中の紙袋

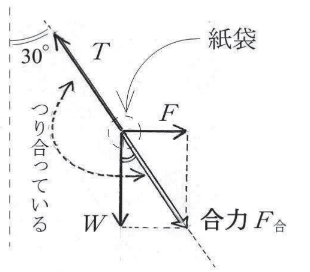


図4.10 Fと W の合力 $F_{合}$が Tとつり合っているはず！ 紙袋の大きさは無視している。

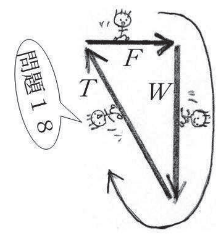


図4.11 ３つの力 F, W, T の矢印を順につなげると･･･

一般に、物体に力が働いて静止している場合、(4.2)式と同様に、働く力の和は 0 になっていると言える。そうでなかったら動いてしまうはずだからだ。

ではでは、やはり具体的な計算をやってみるのが理解を深めるための近道。さぁ今すぐ、例題３に取り組んで下さい！

例題３　力のつりあい、いろいろなアプローチを楽しもう

図4.9のように、糸に2.0 g の紙袋をつけてつるしたら、風が水平方向から吹いて、糸が鉛直線から30°傾いて紙袋が静止した。紙袋が風から受けた力は何g力(gw)か。ただし、紙袋の大きさおよび糸が風から受ける力は無視せよ。次の(ａ)および(ｂ)の方法で解

くこと。
(ａ)[図形]重力と風から受ける力の合力を使う。
(ｂ)[成分] 力の水平方向(x方向)成分・鉛直方向(y方向)成分を書き出し、それぞれの方向について力のつり合いを考える。

例題３(解) 紙袋には糸の張力T、風からの力F、重力W (＝2.0 g力)の３力が働き、つり合っている(W、F、Tは力の大きさ(絶対値)として用いている)。

(ａ)［図形］WとFの合力がTとつり合っているはずだから、WとFの合力はTの作用線上にあるはず。したがって、３力の関係は図4.10および図4.12の通り。

$\tan 30^\circ = F / W$ より $F = W \tan 30^\circ = 2.0/\sqrt{3} = 1.15$

≒<u>1.2 g力(gw)</u>

(ｂ)［成分］図4.13のように張力Tをx、y成分に分けて

水平成分のつり合い：F＝ Tの x成分の大きさ

$= T \sin 30^\circ$　・・・①

鉛直成分のつり合い：W ＝ Tの y成分の大きさ

$= T \cos 30^\circ$　・・・②、

①と②からFが求まる。

(注) ①、②は　$F - T \sin 30^\circ = 0$、　$T \cos 30^\circ - W = 0$ のように「力の和＝0」の形に書いてもよい。

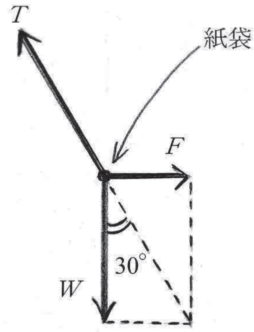


図4.12

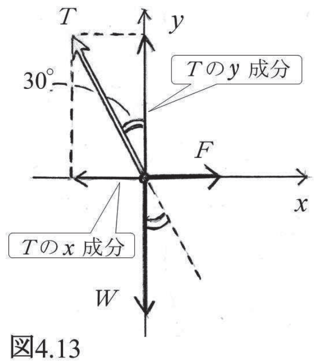


図4.13

(注) [成分]の方法は、どんな状況に対しても同じ方法で比較的機械的に計算を進めることができる。一方、[図形]の方法は、図がうまく描けさえすれば計算の量は少なくて済む。どちらも使えるようにしよう！

１８[考察] p.10図4.11中の「吹き出し」を埋めよ！

１９図4.14のように、質量50 gのおもりを3個つるした。上の2本の糸は、鉛直線から何度傾くか。糸の質量や滑車の摩擦は無視し、結び目には3方向に同じ大きさの力が働いているとしてよい。まず何となく直感で答えよ！次に力の合成・つり合いの考え方で答えよ。

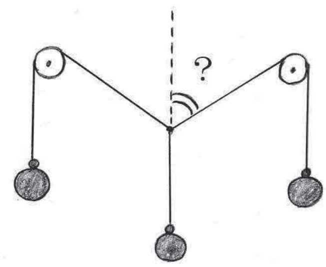


図14.14

２０(少し難) 問１９で、おもりの質量が3：5：4、あるいは3：4：5の場合、3本の糸の向きはそれぞれどうなるか。図示せよ。

ヒント：真ん中の糸の張力(大きさと向き)は？を考えると、左右2本の糸の張力の和は分かってしまう！ p.10図4.11の考え方も使おう。

２１[考察] 飛行機が旋回するとき、機体を傾けるのはなぜか。

ヒント：主翼には機体を支える大きな力(揚力)が働いている。これを使って旋回する。


図4.15

④（作用・反作用の法則）

どんな場合でも例外なく(！)、力は次の(1)〜(3)のように働くことが分かっている。これを**作用・反作用の法則**という。

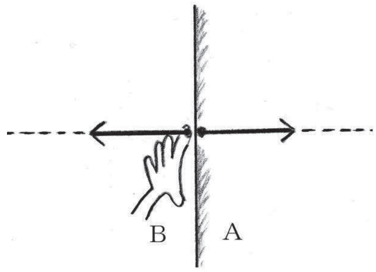


図4.16 手で壁を押した場合の作用・反作用のペア。両者の作用点は別々の場所にある。

(1)「**物体Ａが物体Ｂから力を受けている**」とき、
　逆に「**物体Ｂは物体Ａから力を受けている**」。

一方の力を**作用**、他方を**反作用**と呼ぶ。力はすべて作用・反作用のペアをなしていて、それらが同時に働くのである。

(2) **作用と反作用の大きさは等しい。**

(3) **作用と反作用は同じ作用線上にあり、向きは互いに逆向きである。**

作用・反作用の法則は、動いている物体の間でも何でも･･･とにかく、どんな場合でも例外なく成り立っている。

作用と反作用の作用点は別の場所にあることにも注意しよう。それらが同じ物体にあればつり合う力となるが、別の物体にあれば、つり合う力にはならない。なお図4.16では、作用・反作用の２つの力の作用点が異なることを明確にする目的で手と壁の間に隙間を入れて描いている(p.7図4.1も参照せよ)。

<補足４>　作用があるから反作用があるの？

図4.16を見て「壁を手で押したら押し返された」と表現することが多いね。それはそれで正しいと思うよ。でも、作用・反作用のペアの２力は完全に同時に働くんだ。だから２つの力の間には、物理的な意味での「原因と結果」の関係はない。だって、原因と結果が同時って、ヘンでしょ？それに、力の向きと作用点が違うってこと以外、このペアは同じ性質をもつんだから、どちらを「作用」と呼んでもいいんだ（優劣はない！）。

２２[**確認**]作用･反作用のペアは同時に働くの？時間差があるの？また、両者はいつでもつり合うの？

２３[**考察と実技！**] ＡさんとＢさんはローラースケートを履いてボクシングの練習をしている(摩擦が無視できる！)。偶然にも二人ともスケートその他を含めて質量50kgである。いま、図4.17のようにＡさんのパンチがＢさんに当たった。その後、二人はどのような動きをするか述べよ。また、台車２台(と付属のばね)を使ってこれに相当する実験ができる。面白いから、是非やってみよう！

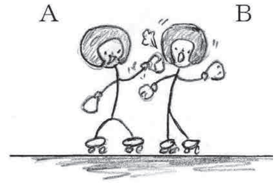


図4.17

２４　体重計に乗って自分の頭を上から手で押しても目盛りは変化しない。この理由は？

２５ 作用と反作用の力は、足し合わせると0になる。そこで「作用と反作用が打ち消し合って、人が歩くこともできなくなる」と考える人がいる。どこが間違っているか。

２６[考察]作用・反作用の法則を否定すると、どんなことが生じるだろうか？面白い例を考え出そう。

５．“正しいお作法！！：座標系”について

人や犬やボール、自転車、車･･･の動き方にはどんな法則が隠されて(?)いるのか、つまり物体の運動法則についてこれから考えていくのだが、その話の中で迷子にならないための、ちょっとした心構えを伝授いたしましょう！

ガリレイが慣性の法則を見出した。それは運動の法則の原点とも言える。しかし、運動の法則を発展させていくためには、力や速度などを正確に言い表す手段を手に入れる必要があった。ガリレイは、それを持っていなかった。物体の位置や速度あるいは力などを几帳面なほど正確に表現する手段は、ニュートンと同時代のデカルトが見出した。それは**座標**を使う方法だ。

例えば、(*半分冗談だが！*)教室での座席の位置を正確に言い表そうとするなら、図5.1のように、座標軸を教室に設定(固定)すればよい。Ａさんの位置は $x=-2.1\mathrm{m}$，$y=+2.7\ \mathrm{m}$であり、略して(−2.1 m，＋2.7m)と表すこともできる。教室内のどの場所でも、たった二つの数値の組み(x、y)で正確に表現することができるわけだ。このように位置を正確に表現するための基準として設けられた座標のいわば「基盤の目」を**座標系**とも言う。

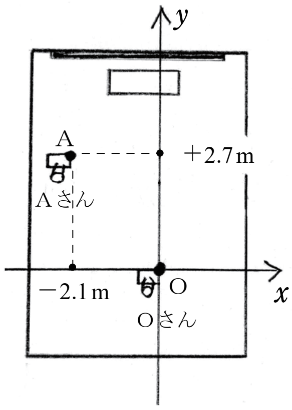


図5.1 教室を上から見た図。じゃんけんで勝ったＯさんの机右端のＯ点を原点として図のように x, y軸を設定する(座標系の設定)。Ａさんの座席の座標(机の右端Ａ点)は２つの数値（−2.1, ＋2.7）で正確に表される。便利かどうかは別にして！

座標(座標系)は位置の表現だけに使うわけではない。既に学習した「力」に対しても例題３のp.11図4.13で、「向き」を正確に表現する方法として、ちゃっかりと利用していたのだ。p.10(4.2)式や図4.8での「＋の向き」「−の向き」も同様である。さらに、速度も図5.2のように成分に分けることができ、広く活用されている。

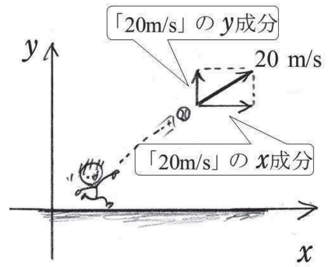


図5.2 投げ出されたボールがある瞬間に20m/sで飛んでいる。この速度の x, y成分を考えると便利なことも多い。

しかし一方で、実際には座標系(座標)を使ってまで几帳面に表現する必要性がないことも多い。上述の「座席を表すための座標系」は論外としても、例えば p.10 例題３の図4.10〜図4.12では、力のつり合いを座標系とは無関係に、いわば直感的(図形的)に扱っているわけである。座標系(座標)を使う方法は確かに強力だが、それを使わない方法もまた効果的なのだ。つまり座標系(座標)を使う方法は「必要に応じて、いつでもちゃんと使えるようにしておいてネ」という、いわば“**正しいお作法**”として身に付けておいてほしいものなのだ。

２７[考察](基本) 日本中の全ての家の住所を、たった３つの数値の組だけで表すことが可能である。どんな方法か。

６．加速度：速度の変わり方

「早く行こう！」って友達を押せば友達の身体は動き出す。物体に力が働くと速度が変化するってわけだ。「速度がどんなふうに変化するのか」を簡潔に言い表しているのが加速度という量なんだ。前に言った数学の威力なんだよ、これが。「加」の文字が付いてるけど、物理ではちゃっかりと、減速のときにも流用しちゃってて･･･、でも慣れるととっても便利なんだ。そのへんもきちんと説明していくから、加速度のイメージがつかめるように、焦らずにじっくりと取り組んでいってね！ここで“正しいお作法”にも慣れてしまおう！

①（加速度の大きさ）

加速度とは速度の変化率、つまり1秒間(単位時間)あたりの速度の変化量である。図6.1のように、2秒の間に速度が 6 m/sから 10 m/sに変化した場合、この2 sでの速度の変化は 10 m/s－6 m/s＝4 m/sであり、その間の**加速度** a は次のように定義される。

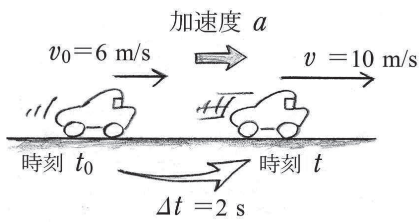


図6.1 車の速度が、2秒間で6 m/sから10 m/s になった。

$$a=\frac{10\ \mathrm{m/s}-6\ \mathrm{m/s}}{2\ \mathrm{s}}=\frac{4\ \mathrm{m/s}}{2\ \mathrm{s}}=2\ \mathrm{m/s^2} \quad \cdots(6.1)$$

m/s／sのこと

これを図6.1に記した各記号で表現すると(t_0、t は各時刻)

$$\boxed{\text{加速度}\quad a=\frac{\text{速度の変化}}{\text{所要時間}}=\frac{v-v_0}{t-t_0}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\quad〔\mathrm{m/s^2}〕} \quad \cdots(6.2)$$

加速度の単位 $\mathrm{m/s^2}$ は通常「メートル毎秒毎秒」と読む。なお、厳密には(6.2)式で計算される加速度 a は、時間 $\Delta t=t-t_0$ ＝2 sの間の平均の加速度だが、今はあまり気にしないでおこう。

重力によって生じる加速度(落下時の加速度)を**重力加速度**という。地球表面付近の重力加速度の大きさは 9.8 $\mathrm{m/s^2}$である。

<補足５> 記号Δ(デルタ)

Δvは「デルタ･ブイ」、Δt は「デルタ･ティー」と読む。(6.2)式の場合、$\Delta v=v-v_0$、$\Delta t=t-t_0$であり、それぞれ「速度の変化」「時刻の変化(経過時間)」を意味している。記号Δは、何かの「変化」を表すのによく用いられる。使い慣れると便利な記号である！

２８[実技！]速度を音の高さで喩えてみよう(歌う！)。スピードが速ければ高い音にする。等速運動、加速度運動(増速、減速)を歌ってみてください！

２９(基本) ある投手がボールを 40 m/s(144 km/h)の速さで投げ出した。ボールを加速するのに要した時間が 0.10秒なら、この間のボール(or手)の加速度は何m/s^{2}か。

３０(基本) 静かに落下させたボールの 3 秒後の速さは何m/sか。それは何 km/hか。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とせよ。

３１[考察]加速度の大きな動物って何だろう？

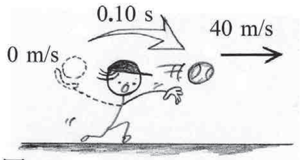


図6.2

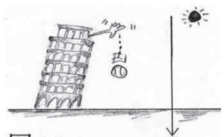


図6.3

②（加速度の向き）

速度の矢は、力の矢の場合と同様、その向きが速度(運動)の向きで、その長さが速度の大きさ(速さともいう)に比例するという立て前で描かれている。図6.4上 のように、異なる時刻における「速度の矢」 v_1、v_2 を平行移動させて始点をくっつけた図(図6.4下)を考えよう。速度の変化に注目した図で、車の位置に関する情報を捨てている。この図を仮に**速度追跡図**と呼んでおこう。速度追跡図上で、２つの速度の矢の先端を、はじめの速度v_1から次の速度v_2へと結んだ新たな「矢⇨」は、速度の変化Δv を表していると言えるだろう。そして、その「矢⇨」の向きを「速度の変化の向き」と定義し、そのときの**加速度の向き**も「矢⇨」の向きと同じ向きと定義する。

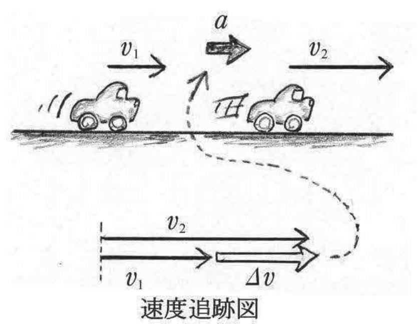


図6.4 速度が v_1 から v_2 に変化した。**加速度**a の向きは、**速度の変化** Δv＝v_2－v_1 の向きと同じと定義する。

加速度 a の向き＝速度の変化 Δv の向き (これは、厳密には所要時間内で平均化された向き)

・・・(6.3)

<補足６> 加速度の向きと力の向き

加速度やその向きを定義したが「なんでそんなモノがいるの？」と思った人もいるかもしれない。しかし、これもニュートンの大発見の一つ。後に詳しく扱うが、物体に働く力の大きさが 2倍になると加速度の大きさも 2倍になるのだが、実はそれだけではなく、次のような事も成り立っているのだ。

加速度の向きは、つねに働く力の向きに一致する(図6.5)

加速度は運動を扱う場合のキーワードの 1 つになっているのであ～る。

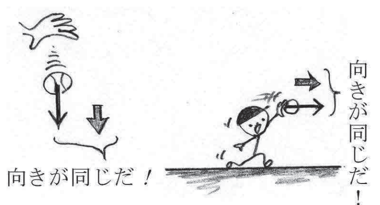


図6.5 確かに加速度の向きは力の向きと同じだ！

③（加速度の符号）

“正しいお作法”(p.14)に則（のっと）って加速度を数値で表す場合、その向きは符号（＋、－）で表現することになる。例えば図6.6のように増速する車の場合、右向きを「＋の向き」に設定すれば、加速度は正の値(＋1.5 m/s^2)で表現されるが、逆に左向きを「＋の向き」に設定すれば、負の値(－1.5 m/s^2) で表現されるのである。

一方、「**負の加速度**」という用語があり、これは減速の意味に使う習慣がある。しかし、上述のように“正しいお作法”では、加速度の＋－は向きを表し、速度の増減には無関係なのである。

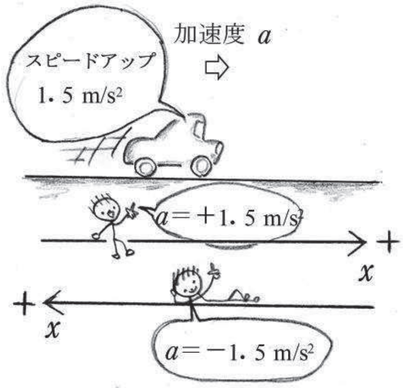


図6.6 “正しいお作法”では加速度の符号(±)は、加速度の向きについての情報。同じ車の加速度も、正の向きの設定(座標系の設定)によって符号は異なる。

例題４　減速するときの加速度の向きのイメージを身に付けよう

速度追跡図(p.16図6.4参照)を用いて、図6.7のように減速している車の加速度の向きを求めよ。また同様に、鉛直上方に投げ上げられたボールの加速度の向きを求め(上昇時、降下時)、鉛直上方を＋の向きとして、その加速度の値を符号を付けて答えよ。働く力の向きとの関係にも注目しよう！

なお、地表付近での重力加速度の大きさは、上昇時、降下時ともに9.8 m/s^{2}とせよ。

例題４(解)図6.8参照。**車**：進行方向と逆の向き(図6.7では左向き)。

ボール：**上昇時**は減速。Δv が下向きで加速度も下向き $a=-9.8$ m/s^2

降下時は増速。Δv が下向きで加速度も下向き $a=-9.8$ m/s^2 。加速度(or 速度の変化)の向きは働く力の向きとつねに一致している(p.18図7.2参照)。

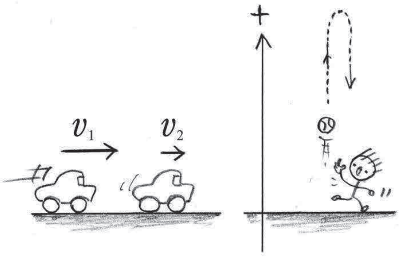


図6.7

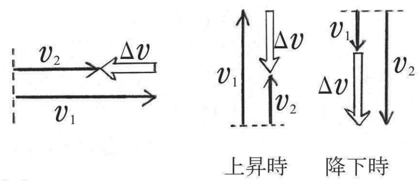


図6.8

３２(基本) 時刻 t[s]での車の位置(座標)、速度、加速度をそれぞれ x[m]、v[m/s]、a[m/s^2]とする。図6.9の $x-t$グラフに対応する $v-t$グラフと $a-t$グラフを描け。$x-t$グラフに引いた接線の傾きは、その時刻での瞬間の速度に等しい (p.33 ③(瞬間の速さ、瞬間の速度：その理論的な解釈) 参照)。

３３[考察](基本) 加速度の符号が、増速時に正、減速時に負となるのはどのような設定(＋の向きの設定)の場合か。

３４[考察](難) 図6.10のように、北向きに 1 m/sで進んでいた犬が速さを変えずに、進む向きを西向きに変えた。その瞬間の加速度の向きはどの向きといえるか。またこの結果をもとに、等速円運動は、円の中心に向かう加速度をもつことを推論せよ。

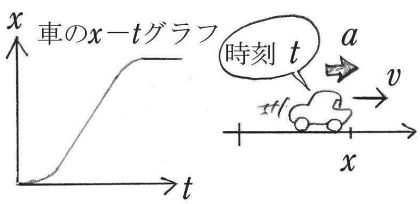


図6.9

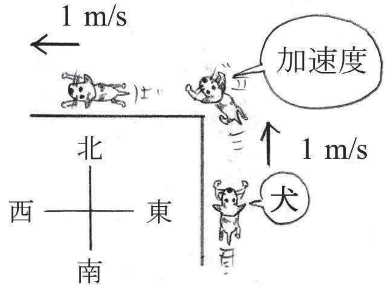


図6.10

7．運動方程式

加速度は力と直接結びついてるんだ。人だって犬だって何だって、速度が変化しているとき、つまり加速度があるときには必ず何か力が働いている。これは分かりやすいでしょう？その加速度と力の関係は意外なほど単純(運動方程式)。っていうか、加速度ってものを定義したから単純になったんだよ、マジで！

まずは、運動方程式の“こころ(イメージ)”を理解しておこう。その後で、そのイメージを計算に使ってみて、もっともっと強力なイメージにしていこう！

①（運動方程式の“こころ”）

物体の加速度 a の大きさは、働く力 F の大きさに比例し、質量 m に反比例する

$$a = k \cdot \frac{F}{m} \qquad \left(加速度 \propto \frac{力}{質量} \right) \qquad \cdots(7.1)$$

「比例する」という意味の記号

さらに、どんな場合でも例外なく

$$\boxed{加速度の向きは、力の向きに一致する(図7.2)} \qquad \cdots(7.2)$$

力の向きに運動(速度)が生じるのではないことに注目しよう。力の向きに運動(速度)の変化(加速度)が生じるのだ。

なお、運動方程式(7.1)式の k は比例定数であり、 a、m、F に使用する単位によって異なってくる。

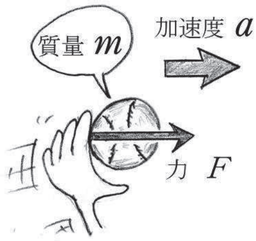


図7.1 質量 m のボールに力 F が加わって、加速度(速度の変化率) a でスピードアップしている状況。ここでは、ボールに働く重力は無視している。

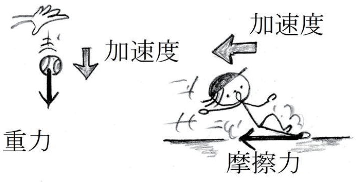


図7.2 加速度の向きと力の向きはつねに一致する。「力の向きに加速度が生じる」とも言える。

<補足７> 運動方程式から分かるのは速度ではなく加速度

運動方程式は「加速度に注目して！」と叫んでいる！たとえばボールを投げるとき、「２倍の力」で投げると･･･「ボールの速度が２倍になる」とは限らず、「力を加えているまさにその時の加速度は確実に２倍になる」と運動方程式は言っている。速度がどうなるかまでは、運動方程式(7.1)式は面倒をみてくれてない。それはまた別の話なんだ。加速度に注目したお陰で法則が単純になったわけだ。＊

＊
加速度が 2 倍になっても速度が 2 倍にならないのは，この後に出てくる (8.2) 式を見てみるとよく分かる。この式は加速度と速度の関係を表す式で，右辺第 2 項に「at」とあるように加速度が生じた（＝力を加えた）時間も速度に関係してくる。

②（質量と慣性）

運動方程式からも分かるように、質量が大の物体ほど速度が変化しにくい(加速度が出にくい)。これを「**質量が大なほど、慣性が大である**」という。質量の大小は、物体に働く重力の大小を決めるだけでなく、慣性の大小も決めるという注目すべきはたらきをしている。

質量の２つの側面　質量が大 $\begin{cases} \text{(1) 重力が大(重い)} \\ \text{(2) 慣性が大} \\ \text{(加速度が出にくい } a \propto 1/m\text{)} \end{cases}$　・・・(7.3)

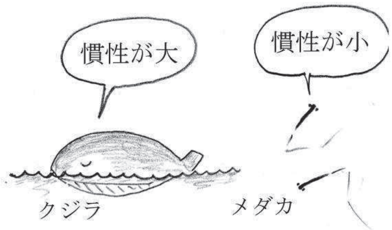


図7.3 クジラに比べてメダカは質量が小で慣性が小。だからメダカはすばしこい(加速度が大)。

正確な言い方ではないが、物体の質量とは「物体が陽子・中性子・電子をそれぞれ何個もっているか」で決まってくる量と考えておいてよいだろう。つまり質量は、個々の物体がもつその物体に固有な性質(属性)で、どこに運んでも(地球、月・・・)変化しない。

慣性の大小は、運動方程式が示しているように完全に質量のみで決まってしまう。したがって、ある物体の慣性の大小は、どこに行っても変わらない(p.20問題３５参照)。一方、物体に働く重力は質量に比例はするが、同じ物体でも場所によってその値は異なる(例えば地球が引くか、月が引くかの違い)。

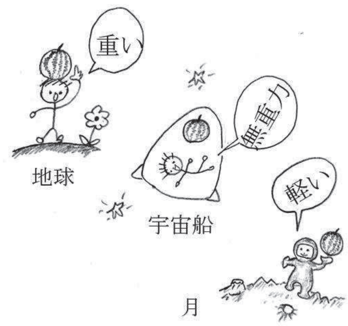


図7.4 スイカの質量は同じでも働く重力の大きさ(強さ)は場所によって異なる。

<補足８> **重さと質量**：重さ(重量)は物理用語？

物体の「重さ」を物体に働く重力の大きさという意味にとるなら、「重さ」は「力の大きさ」で、質量とは違う。「重さ」をそのような用語として使うのが、物理学的には最も明解とは言えるね。

でも、日常生活では質量と重さ(重量)を同義語のように使っているのが実情で、科学分野でも「重い星」「重い元素」などの表現がよく使われている。また「宇宙ステーションの中でも、スイカはリンゴより動かしにくい（実際にそのはず、p.20問題３５参照）」ということを「スイカはリンゴより重い」と表現しても恐らくおかしくないし、むしろ状況が分かりやすいかもしれない。だけど、これらは物理学的には「重い」ではなく「質量が大」を使うべき例なんだ。

どうもすっきりしない！いっそのこと、「重さ(重量)」「重い」は日常生活の用語であって、正式な物理用語ではないとすれば良いのではないか？と思うのだが・・・。

とは言うものの、とりあえず、物理の分野で「重さ(重量)」という用語が出てきたら「その物体に働く重力」と読み替えておくのが無難！*

*
では「質量」は一体なんだ？という問いも生じると思う。「重さ」を理解した状態から説明すると「重さに比例する量」という言い方が一番わかりやすい。重さ（重力）は本文にあるように測る場所で変化する。これはそれぞれの場所で物体にはたらく「加速度」が変化するためである。しかし，質量は場所によって変化するのではなく，物体に対して固有の値を持つためどこで測っても変わらない。なので，質量の大小関係は地球でも宇宙ステーションでも変わらない。（ちなみに質量について厳密に語り出すと，現在でも未知なる部分が存在する！）

例題５ 質量の大小には関係なく、みな揃って落ちるのは何故？

質量 m のリンゴと質量 10 m（リンゴの10倍）のスイカを落下させた。

(1) リンゴに働く重力を F とすると、スイカに働く重力はどのように表されるか。

(2) リンゴとスイカの落下の加速度(重力加速度)が等しくなることを運動方程式を使って示せ。

(3) (2)の結論は質量のどのような性質の現れだろうか。

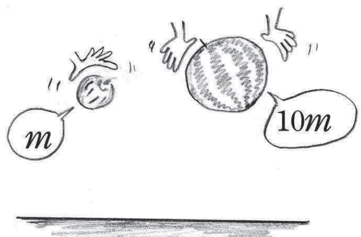


図7.5

例題５(解)(1) 物体に働く重力は質量に比例するので10 F

(2) スイカの運動方程式をたてると

$$a_{スイカ}=k\cdot(10F)/(10\cdot m)=\underline{k\cdot F/m=a_{リンゴ}}\ !$$

上式の下線部はリンゴの運動方程式。というわけで、重力による運動の場合、「スイカの加速度は･･･リンゴの加速度だ」という結論が運動方程式によって導けた！(歴史的には、この事実もちゃんと説明できるように運動方程式を考え出したということである)

(3) (2)の説明に使った式の途中で、分母と分子の「10」が約分されているところが重要。「質量の 2 つの側面」p.19(7.3)が完璧に打ち消し合っているわけだ。これをよ～く理解しましょう！*

＊
p.19 の補足 8 で述べたように，重力と重力加速度は比例の関係にある。質量が大きければ大きいほど動かしにくい（質量に対して反比例する）が，一方で質量が大きければ大きいほど重力も大きくなる（質量に対して比例する)。よってそれぞれ相殺されるというわけだ。

３５(基本) 図7.6のように、力士と子どもが、無重力の宇宙空間で同じ推力の「小型ロケットエンジン」を背負って宇宙遊泳をしている！両者の質量が、エンジンも含めてそれぞれ 200 kg、20 kgなら、子どもの加速度は力士の何倍か。

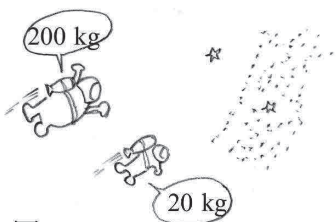


図7.6

③（運動方程式：決定版）

運動方程式p.18(7.1)式 $a=k\cdot F/m$ の比例定数 k の値は、実験をやってみれば決定される。例えば、1 kgの台車を1 キロ力(kgw)の力で引いて、9.8 m/s^{2}の加速度(実際そうなる)が出れば $k=9.8$である。ただし、kの値は加速度 a、力 F、質量 m にどんな単位を使うかによって違ってくる。･･･ということは、うまいこと力の単位を作っちゃえば、kの値を1 にすることだってできるわけだ！で･･･

1 N の定義：質量 1 kg の物体に働いて、1 m/s^2 の加速度を生じさせる力を１N (ニュートン)とする

･･･(7.4)

質量 mの単位に kg、加速度 a に m/s^2、そして力 F の単位に N を用いるなら、運動方程式は次のように表される。

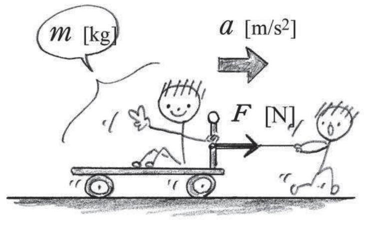


図7.7　運動方程式は、質量m [kg]の物体について、ある瞬間に働く力 F[N]とそのときの加速度a [m/s^2]の間の関係を表している。

運動方程式	$a=\dfrac{F}{m}$、　$F=ma$、　$ma=F$

$$a=\frac{F}{m}、\quad F=ma、\quad ma=F \qquad \cdots(7.5)$$

物体に複数の力が働く場合、運動方程式(7.5)式の Fは「働く力の和」である(問題３９参照)。

３６[確認]力の単位 1 Nはどのように定義されているか。またそのような力の単位を定義した目的は何か。

３７(基本) 145 gの野球のボールを0.10 秒間で40 m/sの速度にする場合、加える力は何Nか。それは、およそ何キロカ(kgw)か。


図7.8

３８(基本) 質量350ﾄﾝ のジャンボジェット機が2.5 m/s^{2}の加速度で、離陸のために加速を始めた。このとき、ジェットエンジンの推力は何Nか。それはおよそ何トンカ(!)か。350ﾄﾝと比較せよ。

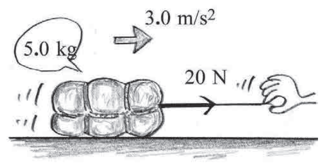


図7.9

３９($a=F／m$ の F は働く力の和)(基本) 図7.9のように、床の上に 5.0 kgの荷物を置き、20 Nの力で水平に引いたところ 3.0 m/s^{2}の加速度が出た。荷物に働いていた摩擦力は何Nか。

例題６ p.22<補足９>〜<補足１１>も必ず読んで下さい！

スケートリンクで、Ａさん(m_A＝80kg)がＢさん(m_B＝40 kg)に付けたロープを持っている。いま、図7.10のようにリンク外の人がＢさんを60 N(約6 キロカ)の力で引いて、Ａ・Ｂさんをいっしょに動かしている。摩擦とロープの質量は無視できるとする。

(1)(全体の運動方程式) Ａ、Ｂの加速度は等しいので、2人を「ひとまとめ」に考え、その加速度の大きさを求めよ。

(2)(張力)Ａさんに働くロープの張力の大きさを T_AとしてＡさんの運動方程式を立て、T_Aの値を求め、60Nと比較せよ。

(3)(張力)Ｂさんに働くロープの張力の大きさを T_BとしてＢさんの運動方程式を立てて T_Bの値を求め、T_Aの値と比較せよ。

(4) ロープがＢさんから受ける力(Ｂさんがロープを引く力)の大きさを求めよ。

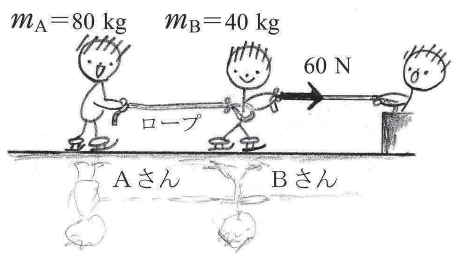


図7.10

(5)[考察](ロープの質量と張力) もしロープの質量が $m'=5.0$ kg もあったら、ロープ両端の張力の関係はどうなるか。

例題６(解)(1) 図7.11、「$ma=F$」より $(80+40)a=60$ N ∴ $a=$<u>0.50 m/s^2</u>

(2) 図7.12、「$F=ma$」より $T_A=80a=80\times0.50=$<u>40 N</u>、$T_A<60$ Nである。“60 Nが伝わってくる”のではないのだ！

(3) 図7.12、「$F=ma$」より $60-T_B=40a=40\times0.50=20$ N ∴ <u>$T_B=40$ N</u>、

(注) $T_B=T_A$である！これは偶然ではない。ロープや糸の質量が無視できれば必ずこうなる（張力の大きさはロープ・糸の両端で等しいと見なせる）。

(4) 求める力は、(3)で求めたロープの張力 T_Bと作用・反作用のペアを成している。したがって<u>40 N</u>

(5) この場合の加速度をa'として全体の運動方程式は $(80+40+5.0)a'=60$ N となり $a'=0.48$ m/s^2。さらに、ロープの張力を T_A' 、T_B' として「ロープの運動方程式」を立てると、図7.13、「$F=ma$」より $T_B'-T_A'=$ 5.0 kg×0.48 m/s^2＝2.4 N　つまり <u>$T_B'>T_A'$</u> ($T_B'\neq T_A'$)。ロープの質量を考えるなら、ロープに加速度を与えるのに力が必要になるからだ！

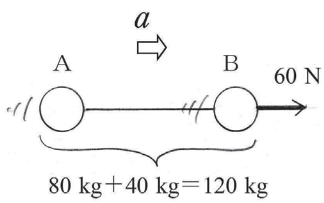


図7.11

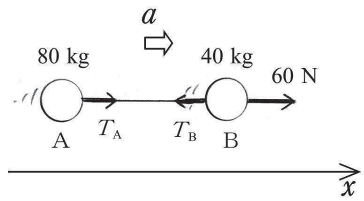


図7.12

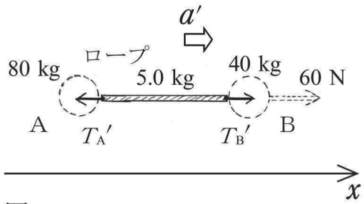


図7.13

<補足９> 張力について

張力はちょっとイメージしづらいかもネ。そこで、ロープや糸を「ばね」に置き換えて考えてみるのもよいかも。ばねを手で伸ばすと、ばねは元に戻ろうとして手を引く。ばねの弾性力だ。糸やロープの張力も､この弾性力と同じと考えるとよい。糸やロープだって実際にはほんの少しは伸びているはずでしょう⤴

<補足１０> 運動方程式は“直接表現”！

図7.14のように、Ｃさんが、寝ぼけているＢさんの手を持ってＡさんの頭を叩いた！Ａさんを叩いた犯人はだれだ！？

日常生活の常識としては、Ａさんを叩いたのはＣさんとなる。その意味で言うと、上の例題６でＡさんを動かしている力は「リンク外の人」の力ということになる。

ところが･･･例題６(2)で、Ａさんの運動方程式を立てるとき、Ａさんに働く力はロープの張力 T_AだけでＯＫ。「え～、それは何となく分かるけど、やっぱり60Nの影響はあるでしょう？」･･･はい、確かに60NがなければＡさんは動かない。でも、Ａさんを動かしている直接的な原因は張力 T_A。60Nからの影響は、張力 T_Aの中に含まれているわけなんだ。そういう意味で運動方程式は直接表現！

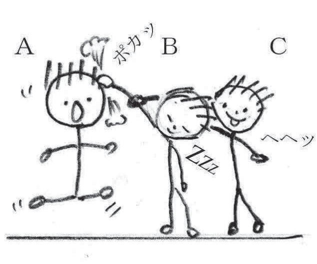


図7.14

同様に、Ｂさんの運動方程式を立てるとき、Ｂさんに働く60 Nと張力 T_Bを書き込んだら、「うしろにＡさんがいる」など

ということはもう心配しなくていい。Bさんにとってのさんとの"かかわり合い（Aさんからの影響）"は、Bさんに働くロープの張力 T_Bですべて表現されているのだ！

<補足11> p.21例題6は等加速度運動を扱っている

例題6では、A・Bさんが等加速度運動をしている状況を考えている。つまり「Bさんを60Nで引くと･･･まずちょっとBさんが動くが、それによってロープがピンと張り････」というような、等加速度運動に達するまでのこと(**過渡状態**という)は問題にしていないという点にも注意しておこう。

④（質量と重力）

p.20例題5で示したように、落下運動の加速度は物体の質量には無関係である。この事実を用いると、物体に働く重力の大きさを次のように簡単に求めることができる。

質量 m[kg]の物体を考えよう。空気抵抗が無視できるなら、落下の加速度はその場所の**重力加速度** g[m/s^2]に等しい(mの値には無関係)。したがって、物体に働く重力を W [N]とすると、運動方程式より(物体の運動方程式 $F=ma$ において、FをWとし、a に g を代入する)

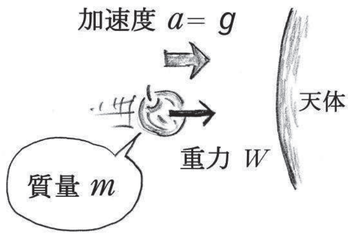


図7.15 リンゴの落下とは、天体からリンゴに働く重力によって、リンゴが天体に近づいていく運動である。

$$\boxed{\text{重力}\quad W=mg \quad \text{〔N〕}} \qquad \cdots(7.6)$$

地表付近では有効数字2桁で $g=9.8$ m/s^{2}である。

身体に働く重力W(身体の重さ！)を考えるなら、$W=mg$ の m はその人の質量(これは自己責任！)、g は地球などの天体がつくり出す重力的環境(重力場ともいう)を表していると言える。

<補足12> 加速度の単位に1G (≒9.8 m/s^2)を使うと$W=mg$は･･･

$W=mg$ の W をキロカ(kgw)単位にすることもできる。加速度の単位としてm/s^{2}の替わりに地球上の重力加速度の値を1とする単位(1 Gと記す)を使っちゃうのだ。つまり：地球上では $g=9.8\cdots$m/s^2=1 G。そうすると例えば $m=\underline{50}$ kgの場合、重力$W=mg$=50kg×1 G=<u>50</u> キロカ(kgw) が成り立ち、<u>地球上(g=1 G)では</u>、重力(重さ)の値が質量の値と、数値としては同じになってくれて便利！

＜コラム２＞ 重力加速度 g くらべ(理科年表より)

１．天体による重力加速度gの違い(地球での値を 1 としている。1 Gとも記す)

太陽	水星	金星	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星	月
28	0.38	0.91	1	0.38	2.37	0.94	0.89	1.11	0.17

２．重力加速度の緯度による違い

「地表付近の重力加速度」といっても、厳密には、その値は場所によってほんの少し異なる。その主な原因は、自転による「遠心力」であり、赤道上で最も強く影響を受ける。その他、地球が少し偏平であることや地殻の密度が不均一なことも原因となっている。

場所	南極・昭和基地	東京	シンガポール
重力加速度	9.825243　m/s^2	9.7976319	9.7806604
比率	1.0028 (約0.3.%増)	1	0.9983 (約0.2%減)

例題７ "エレベーター現象"

a[m/s^2]の加速度で上昇中のエレベータの中で、m[kg]の荷物を手にのせている。重力加速度をg[m/s^2]、鉛直上方を正の向きとして次の問に答えよ(y 軸は地面に固定されている)。

(1) 荷物にはたらく力を図示し、荷物が手から受ける力をR[N]として、荷物の運動方程式を立てよ。

(2) 手が荷物から受ける力R' [N]を求め、荷物にはたらく重力mg[N]と比較せよ。等速で移動中の場合とa[m/s^2]で降下中の場合についても考えよ。

(3) エレベーターに体重計を持ち込み、体重を測ることによりエレベーターの加速度が測定できることを示せ。これは加速度センサー！(この測定原理はゲーム機、スマホなどで利用されている)･･･同様の仕組みで速度センサーを作ることはできるか？

(4)[実技!]台ばかりに物を載せて上下に動かしてみよう。等速で動かすのは案外難しいし、等加速度はもっと難しい。

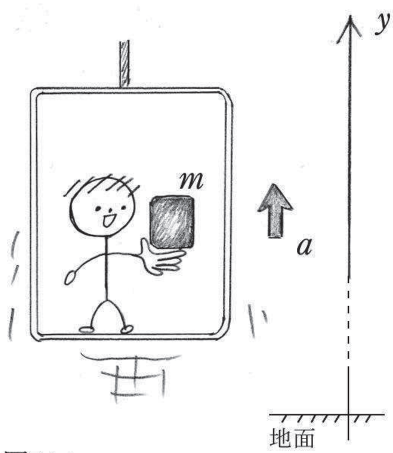


図7.16

例題７(解) (1) 図7.17のように、荷物には力Rと重力が働いている。荷物の運動方程式は　$\underline{ma=R+(-mg)=R-mg}$

(2) R' が「手が感じる荷物の手応え」である。R' とRは「作用・反作用」の関係にあるから$R'=R$（R'、Rは力の大きさ(絶対値)としている）。さらに(1)を用いて　$\underline{R'=R=mg+ma}$

加速度が上向きのときは上式において $a>0$ であり、$R'>mg$ で普段より重く感じる。<u>等速の場合</u>：$a=0$ だから$\underline{R'=mg}$で静止しているときと同

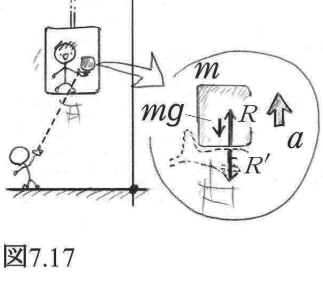


図7.17

じ。加速度が下向きの場合(下に向かって増速中、あるいは上に向かっていて減速)：a自体は絶対値としておいて、今までの式において a を$-a$で置き換えればよい。$R' = R = mg + m(-a) = mg - ma < mg$となり、軽く感じる。
(3) (2)のR' は手の替わりに体重計で測定でき(N単位に換算する必要あり)、m、gは分かっているから加速度 a が求まる。つまり、加速度センサーになっている――外を見なくても加速度は測定可能！等速だと、どんなに速くても$a=0$ で、(2)で述べたように体重計の針はエレベーターが静止しているときと同じ位置。速度センサーにはならない。

４０(基本) 地表付近で 50 kgの人に働く重力は何Nか。

４１　質量50 kgの人が月面に立つと、身体に働く重力は何キロ力(kgw)になるか。太陽表面だとどう？！p.24 ＜コラム２＞の１を参照

４２　1.0 kgの物体に 9.8 m/s^{2}の加速度を生じさせる力は何Nか。この計算から「1 キロ力(kgw)＝9.8 N」を導け。

４３[考察] Ａさんは「1.0 m/s^{2}の加速度を目の前で見よう」と思い、図7.18のような装置を組み立てた。質量m＝102 gのおもりに働く重力はmg＝0.102 kg×9.8 m/s^2＝1.0 Nであり「この1.0 Nの力を駆動力にして1.0 kgの台車を加速するのだから加速度は a＝1.0 m/s^2」という考えである。この考えは正しい？間違え？間違っているなら、その理由をなるべく簡潔に述べよ。

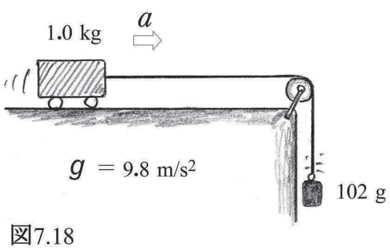


図7.18

４４　図7.19のように、3.0 kg以上の質量の荷物を入れると底が破れる紙袋に、2.0 kgの荷物を入れて持ち上げる。持ち上げる加速度が何m/s^{2}以上だと紙袋が破れるか（荷物の運動方程式を立てる）。例題７参照。

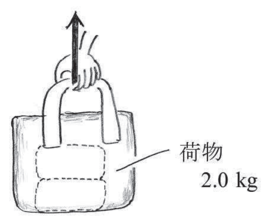


図7.19

４５　鳥の羽根やゴミなどの軽い物体は、落下しだしてからすぐに等速になる。また、雨滴や落下傘(さん)、スカイダイバーも、落下後しばらくたつと等速になる（**終端速度**という）。このことを「空気抵抗fは速度 v が増すと強く働く(通常$f=kv^2$)」という事実を用いて説明せよ。

４６[調べる]質量の単位 1 kg は現在、どのように定義されているか。

４７[考察・話し合い](やはり難)いつも普通に思い浮かべる「質量」のイメージはどんなもの？でもいったい、質量ってなに？

８. 等加速度運動：一定の力による運動

落下運動は加速度一定の運動(等加速度運動)の身近な例です(あ、それは空気の抵抗を無視しての話だけどネ)。力(重力)が変わらないからですね。運動方程式をチラッと見れば、働く力 Fがずっと一定なら、加速度aも一定、つまり等加速度運動になることが分かる。このような運動の例は意外と多い。電車もフツーの加速・減速のときは、等加速度運動。

さて、運動方程式からは加速度が計算できるけど、速度や移動距離は出てこない。で、ここでは、等加速度運動の場合に「加速度が分かったならその後、速度や移動距離はどうなる」ってことを公式としてまとめておこうってわけなんだ。

①（等加速度直線運動の公式）

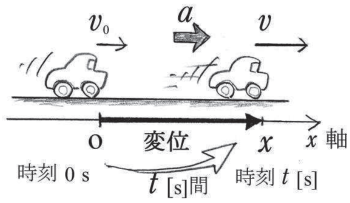


図8.1 等加速度運動の基本例。車が加速度 a で走り、t [s]間で速度が v_0 から v に変化している。

図8.1のように、車が直線上で加速度 a [m/s^2]の等加速度運動をしている(アクセルペダルを踏んでいる)。はじめの速度が v_0 [m/s]で t [s]後の速度を v[m/s]とすると(v_0 に速度の変化分が加わって)

$$\boxed{速度\quad v = v_0 + a\,t} \qquad \cdots(8.1)$$

上式は加速度 a の定義式そのものである。なお、「時刻 0 での速度を v_0、時刻 t での速度を v 」という表現もよく使うし意外と便利なので慣れましょう。v_0を**初速**と呼ぶことが多い。

次に車の移動距離に注目しよう。実は“正しいお作法”では移動距離より基本的な見方は**変位**という量で、図8.1中に太めの矢で記入した「位置の変化量」のことである。**変位**は向きの情報をもっている量なので矢で表すのである。図8.1のように、はじめ(時刻0)の位置を原点(x＝0)に設定し、時間 t [s]での位置を座標 x [m]とすると、t[s]間での車の変位はx[m]に等しい。これは図8.2(v−tグラフ)において、斜線部の面積に等しく次式が成り立つ(p.29問題５０)。

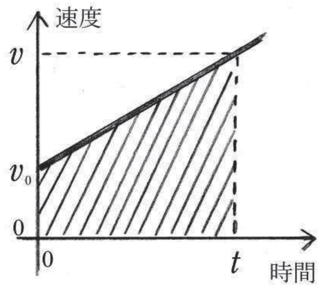


図8.2　図8.1の車の動きについて、速度の変化を表したグラフ(v−tグラフ)。斜線部分の面積は t [s]間での変位 x に等しい。

$$変位\quad x = \frac{1}{2}(v_0 + v)\,t \qquad \cdots(8.2)$$

$$= v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad \cdots(8.3)$$

(8.2)式は　(平均の速度)×(時間) を意味している。また、(8.3)式は(8.2)式のvに$v = v_0 + a\,t$を代入すれば導かれる。(8.2)式は「aを含

まないので分かりやすいし意外と便利！」という意見も多い。

さて、(8.1)式から　$t=(v-v_0)/a$ であり、これを(8.2)式に代入することにより、次の公式が導かれる。

(速度)^{2}の変化　$v^2-v_0^2=2\,a\,x$　・・・(8.4)

上式は「いつ(t)ではなく、どこ(x)でどんな速さ(v)になる？」という問い掛けに応えている。

<補足１３> 3番目の公式(8.4)式：“矢が少ない公式！”

最後の公式は、もしかして「v に2乗が付いてたり、加速度 a に座標 x なんかを掛けたり、意味わかんない！」というご不満もあるかな。後で詳しく扱うけれど、この式は実はエネルギーと関係があるのです。左辺は運動エネルギー(の変化)に結び付いています。右辺の加速度aは力と結びつくから、変位xを掛けて「仕事」という量に結び付く。結局この公式は「力によってエネルギーを与えている」というイメージと結び付いているのです(p.53図13.8、p.55(13.8式))。

ついでに言うと、図8.3は図8.1と比べて「矢の数」が少ないですね。その点では簡素な公式って言えるかもネ。いろいろ意味深長な公式なので、仲良くしてあげて下さいね！*

②（ここでちょっと、正しいお作法！！）p.14 参照

実は、等加速度運動の公式((8.1)～(8.4)式)は、文字 a、v_0、v、x、t の値が負であっても成り立つのである(p.30＜補足14＞)。言い換えると、これらの公式を使う場合の“正しいお作法”として、はじめの位置を原点($x=0$)として座標軸(x軸)を設定し(正の向きの設定)、a、v_0、v、x の値には、その向きに応じた符号を付けることになる($t<0$は過去を意味する)。また例えば、vの計算結果が負になれば、それは「速度(運動)の向きが負の向きだヨ～」というお知らせなのである。

例題８　こんな身近なデータから、こんなことまで分かる！

ジャンボジェット機はおよそ3.0 kmの距離を約60 s滑走して離陸している(燃料を多く積載した場合)。(1)(2)では、加速度は一定として計算せよ。

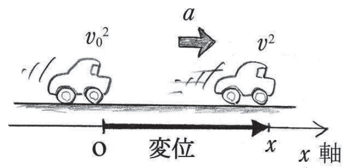


図8.3 速度の2乗 v_0^2、v^2 に注目した図。図8.2と比べると矢印の数が減った！速度の2乗は運動エネルギーと結び付いている。

＊
「矢」は「ベクトル」のことである。どうしても物理の記述には欠かせないものだが「方向」と「大きさ」の情報をもつ量なのでどうしても複雑になる。しかし (8.4) 式を見てみると，左辺は（はじめの）速度の 2 乗をしている。数学で学習しているように，ベクトルの 2 乗はそれらの内積を求めているので,「方向」の情報は消えてしまうことがわかる。当然右辺も加速度と変位の内積であり「方向」の情報はもう無い。なので (8.4) 式は他の式と異なり「大きさ」だけで表すことができる。これは本文中にもあるようにエネルギーとも関連がある式で，エネルギーがどのような値なのかを考えることができる。

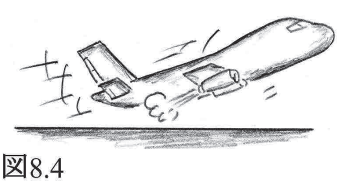


図8.4

(1) 滑走時の加速度は何m/s²か。

(2) 離陸するときの速さは何m/sか。

(3) 実際には、加速度の最大値は2.5 m/s^2程度で、(1)で求めた値より大きい。加速度最大はどの時点か･･･スタート時？滑走時？離陸時？理由も述べよ。

例題８(解)図8.5のように、スタート地点を原点とし、進行方向にx軸を設定。初速v_0＝0 m/s、加速度をa、滑走時間 t＝60s、離陸時の速度をv、離陸地点の座標をxとする。

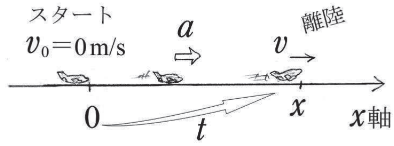


図8.5

(1)　$x=v_0 t+\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}at^2$を使い、$3.0\times10^3$ m＝$\frac{1}{2}a\times60^2$

これから $a=1.67$ m/s^2＝$\underline{1.7\ m/s^2}$

(2)　$v=v_0+at=at$ に各データと(1)の答えを代入して

$v=1.67\times60=\underline{100\ m/s}$(360km/h)。

(3) 飛行機の速度が増せば増すほど、空気抵抗が強く働くようになり、エンジンの推進力は不変でも、機体に働く力の和は減少していく。よって、速度が増すほど加速度は減少していく。スタート時はエンジンの推進力のみで加速するので最大の加速度が出る。

例題９　計算はちょっと面倒だが、減速にも慣れて下さい

ある車が、20 m/sの速さからブレーキをかけて一様に減速し、4.0 s後に10 m/sの速さになった。

(1) 加速度の大きさは何m/s^2か。

(2) この4.0s間での車の移動距離は何mか。

(3) 車の質量が1.5ﾄﾝなら、減速時に車にはたらいていた摩擦力は何Nか。

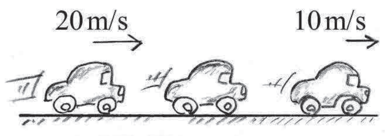


図8.6

例題９(解) ブレーキをかけ始めた地点を原点として、進行方向にx軸を設定し、10 m/sのときの位置(座標)をxとする。v_0＝20 m/s、v＝10 m/s、t＝4.0 s、加速度をa、質量m＝1.5ﾄﾝ＝1.5×10^3kg、摩擦力をFとする(図8.7)。

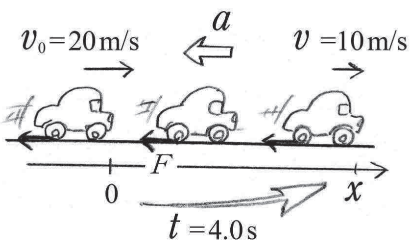


図8.7

(1)　$v=v_0+at$ を使い、　10m/s＝20m/s＋$a\times$4s　∴$a=-2.5$ m/s^2。加速度の大きさ(絶対値という意味)は $\underline{2.5\ m/s^2}$

(2) $x=v_0 t+\frac{1}{2}at^2=20\times4+\frac{1}{2}(-2.5)4^2=\underline{60\ m}$　(あるいは、平均の速度を用いて $x=\frac{1}{2}$(20m/s＋10m/s)×4s＝$\underline{60\ m}$）。

(3) 運動方程式より　$F=ma=1.5\times10^3\mathrm{kg}\times(-2.5\mathrm{m/s^2})=-3.75\times10^3$ N（この場合、負符号は「運動の向きと逆向き」を意味している）

問題４８，４９では、重力加速度を g＝9.8m/s^{2}とせよ

４８(基本) ボールを14 mの高さから初速 0 で落下させた。

(1) 地上に達するのは何秒後か。

(2) 地上に達したときの速さは何m/sか。

４９　地上500 mの高さにある雨雲から雨滴が初速 0 で落下した。この雨滴が地上に達したときの速さは何m/sか。ただし、空気の抵抗は無視する（実際は無視などできないが！）。

５０　等加速度運動の公式p.26(8.2)式を導こう。等加速度運動では速度が連続的に変化している。音に例えれば(p.15問題28)、トロンボーンのように音程を連続的に変化させていることになる。しかしここでは、ピアノの音程のように、速度の変化をとりあえず階段状にして考えてみよう(図8.9)。階段の各ステップは等速であるところがミソである。そして最後に階段をう～んと細かくしていけば･･･

図8.8

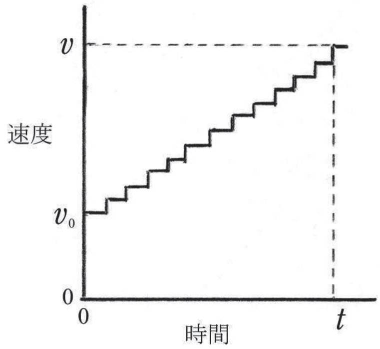


図8.9

③（Uターンする運動)

ボールを投げ上げる場合、手から受けた力によって上向きの初速 v_0がボールに与えられるが、手から離れた後のボールに働く力は重力 mg (p.23(7.6)式、mはボールの質量、gは重力加速度) のみ。この重力によって速度が変化していく。その変化の仕方は図8.10の通りであり、加速度 $-g$ の等加速度運動である(上向きを正の向きに設定している)。これを運動方程式で示すと次の通りである。

ボールの運動方程式　$$a=\frac{F}{m}=\frac{-mg}{m}=-g\,[\mathrm{m/s^2}] \qquad \cdots(8.5)$$

このように、たとえ「Uターン」をするような運動であっても、働く力が一定であるならば、単純な等加速度運動であり「行きと帰り」を別々に扱う必要はないのであ～る。

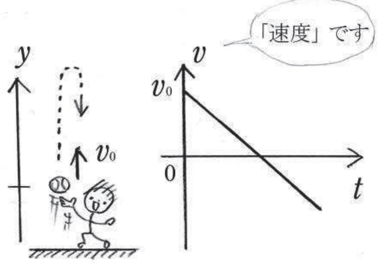


図8.10 鉛直に投げ上げられたボールの運動とv−tグラフ。ボールはUターンをするが、一定の力(重力)による運動であり、投げ上げてから戻ってくるまで、一連の等加速度運動である。したがってv−tグラフは一直線になる。

例題１０　投げ上げてからずっと、単純な等加速度運動なのです

ボールを30 m/sで鉛直上方に投げ上げた。ボールが投げ出された位置を原点とし、鉛直上向きを正の向きとしてy軸を設定する。重力加速度の大きさを g≒10 m/s^{2}として計算せよ。

(1) ボールの運動のv−tグラフの概略をスケッチせよ。

(2) 2.0 秒、4.0 秒後の速度の大きさと向き(符号)を求めよ。

(3) 2.0 秒、4.0 秒後の位置(座標)を求めよ。

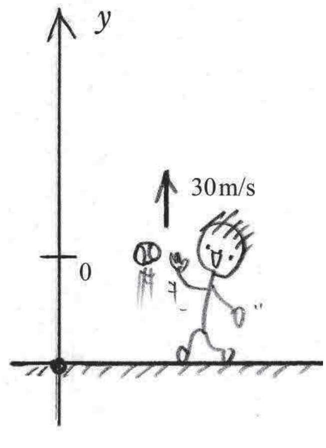


図8.11

例題１０(解)重力による加速度は、上昇時降下時ともに $a=-g≒-10$ m/s^2

(1) 右図(図8.12)

(2) 「$v=v_0+a\,t$」を使う。

2.0秒後：$v_1=30+(-10)\times2=+10$ m/s(上向き)

4.0 秒後：$v_2=30+(-10)\times4=-10$ m/s(下向き)

(注) 4秒後は最高点を経て落下中

(3) 「$x=v_0\,t+\frac{1}{2}a\,t^2$」を使う。2.0秒後：$y_1=30\times2+\frac{1}{2}(-10)\times2^2=+40$ m　4秒後：$y_2=30\times4+\frac{1}{2}(-10)\times4^2=+40$ m

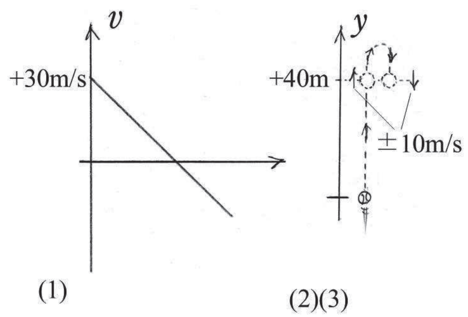


図8.12

５１(基本) 鉛直上方に投げ上げられたボールが 1.5 s後に最高点に達した。初速は何m/sか。重力加速度を$g\fallingdotseq10$ m/s^{2}として計算せよ。

５２ 鉛直上方に投げ上げられたボールが最高点に達した瞬間における加速度の大きさ(絶対値)と向きを答えよ。向きに関しては、運動方程式を用いた考察、および速度の変化に注目した考察(p.16 ②(加速度の向き)速度追跡図)から導け(難)。

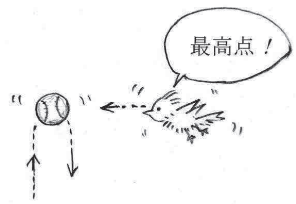


図8.13

<補足１４> 微積分を学習した人への補足

p.26(8.3)式で、車の変位(座標) xは時刻 t の関数だから $x(t)$と表現できる。同様に(8.1)式の速度 v は $v(t)$と表現でき

$$v(t)=\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} \quad \cdots(8.6)$$

である。そこで、(8.3)式の両辺を t で微分すると(v_0、aは定数)、(8.1)式が得られる。また逆に(8.1)式の両辺を t で積分し、$t=0$ で $x=0$ とすれば(8.3)式が導かれる。各自で確認しておこう。ただし、p.29問題５０の理解はそれとは別に大切！

なお、p.27②で、等加速度運動の公式は、a、v_0、v、x が負の値であっても成り立つことを紹介したが、このことは微積分を用いるなら、数学的にはごく当たり前のことになる。つまり、“正しいお作法”とは数学的な扱い方という意味でもありますね(p.17問題３２参照)。

９.速度と速さ

加速度を学習したときに、「加速度は速度の変化率だ」って説明しました。もう既に「速度」という用語はごくフツーに使ってきちゃいましたね、スミマセーン。あのときの「速度」は、物理用語としては**瞬間の速度**というものなのだけど、これは「歩いていた犬が急に走り出した」とか「亀がのろのろ歩く」という状況のイメージとピッタリ合うごくフツーの「速度」のことなのです。つまり瞬間の速度っていうのは、イメージという点に関しては特に説明する必要はなかったのです。っていうか、説明するとイメージとズレてしまったかも。

ただ、物理での「速度」について、もう少し慎重な付き合い方や、「瞬間」を理論的にはどう捉えるのかっていうことも一応理解しておくと、いろいろな学習に役立つと思うんだな。

①（速度の矢と速さ）

今までよく使ってきた速度の矢(図9.1)は、ある時刻における速度つまり**瞬間の速度**を表現している。例えば図9.2の矢は「5 m/sで東向き」あるいは“正しいお作法”に則って座標系(x軸)を設定し「＋5 m/s」と表現するのだった。さて、この「5 m/sで東向き」や「＋5 m/s」の中の「5 m/s」の部分を物理では特に「**速さ**」という用語で呼んでいる。正確に言えば**瞬間の速さ**である。自転車や車のスピードメーターが表示しているのが、まさに瞬間の速さの値である。なお、速度の矢の長さは、速さに比例するように描くという立て前になっている。

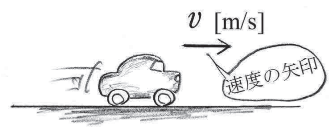


図9.1

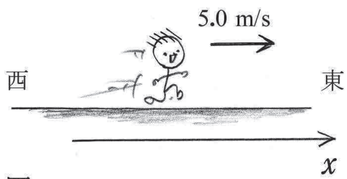


図9.2

「速度」と「速さ」の関係を図9.2の例を使って図式的に示すと次のようになる。

(瞬間の)**速度**　＝　5 m/s(東向き)　＝　＋　5 m/s

(瞬間の)速さ　向きの情報　向きの情報　(瞬間の)速さ

②（平均の速さ・平均の速度：直線上での運動の場合）

図9.3のように、ＡさんがＰ町からＱ町までの直線道路を真っ直ぐに t [s]の時間で歩いた(途中でスピードは変えたが)。ＰからＱへの変位を Δx (図9.3中のx軸上の太い矢)、ＰＱ間の距離を L とする。この例の場合は単に $L = |\Delta x|$ である(というか、変位が＋の向き $\Delta x > 0$ なので $L = \Delta x$)。

この t [s]間でのＡさんの**平均の速さ** $\bar{v}$ と**平均の速度** $\overline{V}$ はつぎのように定義される。

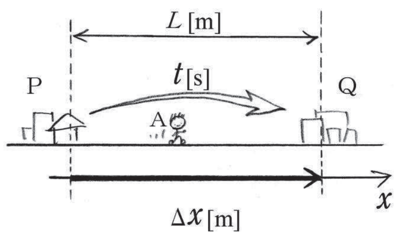


図9.3 ＡさんはＰ町からＱ町までトボトボと真っ直ぐに歩いた。いえ、途中でちょっと走ったかも知れない。

$$\text{平均の速さ} \quad \bar{v} = \frac{\text{移動距離}}{\text{所要時間}} = \frac{L}{t} \qquad \cdots(9.1)$$

$$\text{平均の速度} \quad \overline{V} = \frac{\text{変位}}{\text{所要時間}} = \frac{\Delta x}{t} \qquad \cdots(9.2)$$

(注) $\bar{v}$ 、$\overline{V}$ は「ブイバー」と読む。上に付けた横棒(バー)は「平均値」を意味する記号として使われることが多い。

(9.1)式と(9.2)式の違いは何かと言ったら、何のことはない、単に「移動距離」と「変位」の違いだけなのだ。

<補足１５> 「移動距離」と「変位」の決定的な違い

(9.1)式の「移動距離」はスマホのアプリなどで計測される「歩いた距離(のべの距離)」に相当するものなので、例えばp.31図9.3でＡさんがＰ町Ｑ町間を往復したのなら移動距離＝2 Lになる。

一方(9.2)式の「変位」は「向き」の情報を含んでいることを心にとめておいてほしいが、要は単に２点を一気に１つの矢で結んでしまうものなのだ。だからＰ町Ｑ町間を往復して元に戻ったら変位＝0 なのである！

平均の速さと平均の速度が場合によってはビックリするほど違った値になることもある(p.33問題５４を解いてみよう！)が、これは移動距離と変位の違いの現れなのだ。両者の違いは、山道などのように曲線に沿った経路を進む場合には一目瞭然となるのだが、ここでは説明を割愛する。

<補足１６> 等加速度運動の公式の v_0 と v は瞬間の速度

等加速度運動の公式 p.26(8.1)～(8.4)の中の v_0 と v は「**瞬間の速度**」であり、“正しいお作法”に則って、＋－(符号)で表現される向きの情報を携(たずさ)えた量である。また、等加速度運動の公式(8.2)式中の $(v_0 + v)/2$は、等加速度運動における**平均の速度**を意味している。(9.2)式からも分かる通り、平均の速度 $(v_0 + v)/2$ に 所要時間 t を掛ければ、時間 t の間の**変位** Δx（p.26(8.2)式では x ）が求められるのだ。

③（瞬間の速さ、瞬間の速度：その理論的な解釈）

平均の速さ(9.1)式は、「平均」という名の通り、所要時間 t の間での速さの「変化」の情報は無くなっていて、その時間内での「均(なら)された値」を計算している。では瞬間の速さは？　文字通り受け取れば「瞬間」は所要時間0 sだろう。でもそれでは移動距離も $L=0$ mであり、$L／t=0／0=$??? になってしまう。さぁ困った！

そこに登場したのがニュートンとライプニッツである。彼らは所要時間を「限りなく短い時間(無限小時間)、でも0ではない」とすればＯＫとしたのだ。物理的には「速さの変化が無視できるほど十分に短時間」という意味である。これは数学で学習する**微分**の考え方である。瞬間の速度も同様で、(9.2)式の「所要時間」を無限小時間とすればよいのである。

詳しい説明はやめておくが、p.17問題３２でも扱った「瞬間の速度は $x-t$グラフに引いた接線の傾き」という事柄は、瞬間の速度の考え方(理論的な解釈)を分かりやすく図解したものなので、よく親しんでおくとよい。

５３ 次の(a)(b)はそれぞれ「平均の速さ」かあるいは「瞬間の速さ」か。

(a) 道路の制限速度40 km/h

(b) 陸上競技の100 m競走は、走る速さを競っているけど･･･

５４(平均の速さと平均の速度)鉛直上方に投げ上げられたボールが 1.5 s間で最高点に達した後、手元に戻ってきた。この間のボールの平均の速さと平均の速度はそれぞれ何m/sか。重力加速度を$g≒$ 10 m/s^{2}として計算せよ。(p.30問題５１と同じ状況設定)

５５(クイズ的な問題)Ａさんは、12 km離れたＰ町とＱ町の間を、行きは4.0 km/hの等速で、帰りは3.0 km/hの等速で歩いた。往復での平均の速さを求めよ。ただし、Ｑ町では休憩をしなかったとする。

もし、ＡさんがＱ町で1 時間休んでいたら、答えは何 km/h？

１０. 速度の合成と相対速度

「止まっている」「動いている」という事柄は本来、「何に対して」という**基準**にするものをちゃんと言って初めて意味をもつよね。“正しいお作法”で x 軸とか y 軸とかを設定していたのは、基準にするものをはっきりさせるためだったんだ(座標系の設定)。

ところで、電車に乗っているとき、電車の中のことは電車(の床)を基準にして考えるでしょう。･･･「そのとき、Ａさんは私の座席の前で立ち止まった」なら情景が思い浮かぶけど、地面を基準にして「そのとき、Ａさんは私の座席の前で電車と同じ速度になった」では、“Ａさんって、すっごく頑張ってるんだなぁ”ってことになるかもネ(笑)。このように、基準(座標系)を切り替えるという発想は普段、何気なくやってるんだ。素朴なイメージと合うようにしてるんだよね。「正の向き」の設定が自由だったように、何を基準にするかは本来、自由。だから、状況に応じて便利な基準(座標系)を選んでいいわけなんだ。

あ、この話を面白いって感じた人は是非、p.36＜コラム３＞を読んでネ！

次の例題１１を解きながら「基準(座標系)を変えたとき、速度の値がどう変わるか」を考えていこう。これをきちんと理解しておくと、混乱を回避できたり面白い発見に出会ったりすることがある。

例題１１ ややこしいかな？ でもp.35<補足１７>も読みながら

Ａさんが速度v_{A}＝＋5.0 m/s(地面を基準)で走りながらボールを v' ＝＋20.0 m/s(Ａさんを基準)で投げた。

(1) 地面を基準にしたボールの速度vは何m/sか。

(2) 速度vを v_{A}、v' で表せ。また、速度v' を v、v_{A}で表せ。

注：「地面基準」は「地面に対して」、「Ａさん基準」は「Ａさんに対して」と表現することが多い。また、多くの場合、特に必要でなければ、「地面に対して」は省略される。

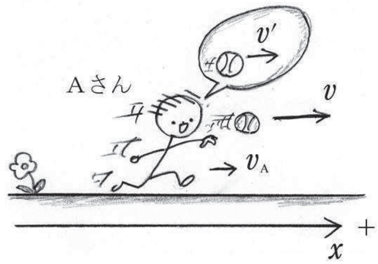


図10.1 速度 v_{A}で走るＡさんが、自分に対して速度 v' で前方にボールを投げた。v'は、Ａさんに対するボールの**相対速度**という。

例題１１(解) (1) 図10.2のように、地面に対するＡさんの速度 v_{A}＝＋5.0 m/s に、Ａさんに対するボールの速度 v' ＝＋20.0 m/s が加算された結果、地面に対するボールの速度 v になるから　v＝(＋5.0)＋(＋20.0)＝25.0 m/s

(2) (1)での速度 v の計算を**速度の合成**、また v' をＡさんに対するボールの**相対速度**という。なお、v、v_{A}、v' は±(符号：向きの情報)をもつ。

速度の合成　$v = v_{\mathrm{A}} + v'$　･･･(10.1)

相対速度　$v' = v - v_{\mathrm{A}}$　･･･(10.2)

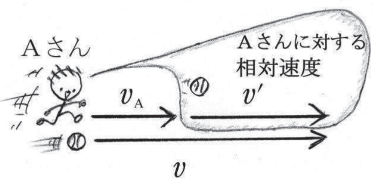


図10.2 v，v_{A}，v' の関係。v と v_{A}は地面に対する速度、v' はＡさんに対する**相対速度**。

Ａさんを「観測者」と呼んでおくと、次式が成り立っている。

[観測者に対するボールの**相対速度**]＝[ボールの**速度**]－[**観測者の速度**]

・・・(10.3)

動く観測者を基準にして物体の運動を捉えるには「物体の運動から観測者の運動の分を差し引いておけ」ということである。

「動く観測者」に替えて「動く座標系」とするのもよいだろう。Ａさんが x' 軸(x' 座標系)を持ったまま走っているイメージである(図10.3)。あえて相対速度という用語を使わずに表現すると

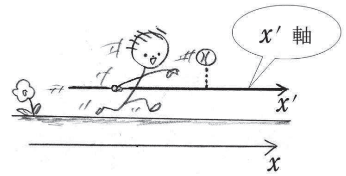


図10.3 Ａさんは x' 軸を持って走っている。x' 軸の目盛を使って計測するボールの速度が相対速度 v' である。

[x' 座標系におけるボールの速度]＝[ボールの**速度**]－[x' **座標系の速度**]

・・・(10.4)

<補足１７> 相対速度は成績くらべと同じ？！

物理の期末テストで、Ａさんは60点だったのにＢさんは90点だった。これらの得点は、0点(!)を基準にして付けてあると言える(図10.4)。「いいなぁ、Ｂさんは私より30点も上」という表現は、言い換えるとＡさんを基準にしたＢさんの“相対得点”＝＋30点ということになる。結局、相対速度や速度の合成もこれとまったく同じ計算方法が成り立っているわけだ。

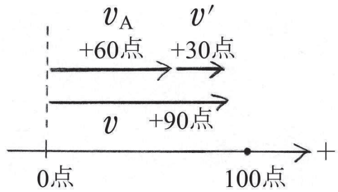


図10.4 物理の得点と相対速度の“関係”！？

例題１２　毎年、え～これスゴーイと絶賛する生徒がいた 図10.5のように、v_0[m/s]で鉛直に投げ上げられたボールを、一定の速度v_0[m/s]で上昇するエレベーターに乗っている人が見たなら、どのような運動に見えるか。 さて、**はたしてボールの最高点は特別な場所なのか？？！**

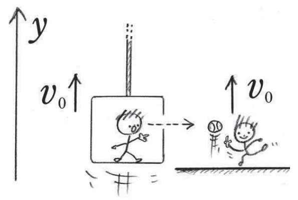


図10.5

例題１２(解) 鉛直上向きを正の向きとし、t[s]後のボールの地面に対する速度をvとすると　$v=v_0+(-g)t$．エレベーターに対するボールの相対速度v' を求めるには「ボールの速度からエレベーターの速度(v_0)を引け」ということだから　$v'=v-v_0=-gt$．　これは単なる初速0 m/sの落下運動である！

なお、p.24 例題７(2)で「エレベーターが等速で上昇・降下している時、中の様子は静止しているときと同じ」ということを示した。その意味で、<u>等速のエレベーターは静止しているエレベーターと同等の状態</u>であり、これを「どちらも**慣性系**である」という。自然な座標系というイメージだ。そんなエレベーター(慣性系)から観測するとボールは落下するのみ。最高点は存在しない。最高点は、観測者(座標系)の速度によって、あったりなかったりする。あっても観測者(座標系)の速度によって、その位置は違ってくるのである。

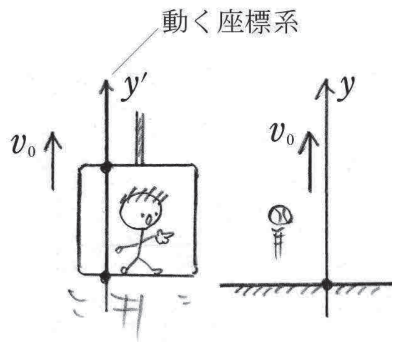


図10.6

５６(“正しいお作法”を使ってみよう) 水に対して 4.0 m/s の速さで移動する船がある。この船が、岸(地面)に対して 1.0 m/sの速さで流れる真っ直ぐな川を、流れの方向に沿って運航する。

川下を正の向きとして岸に沿ってx軸を設定する(岸に固定)。一方、川には x' 軸が川下を正の向きとして浮いているとしよう！x' 軸は川の水といっしょに動いていく。次の各問に答えよ。

(1) 船が川上に向かって運航する様子を絵で簡単に描け。岸、川、船、x軸、x' 軸と「4.0 m/s」「1.0 m/s」を速度の矢印付きで記入すること。

(2) 船が川下に向かって運航しているとき、水に対する船の相対速度と、岸に対する船の速度はそれぞれ何m/sか(符号を付ける)。

(3) 船が川上に向かって運航しているとき、水に対する船の速度と、岸に対する船の速度はそれぞれ何m/sか(符号を付ける)。

(4) この船が、川沿いに 600 m離れたＰ町とＱ町の間を 1 往復する場合、運航している時間は何秒か。

＜コラム３＞ 絶対速度ってあるの？？　慣性の法則での静止とは？

日常的には、何も断わらずに「静止している」と言えば地面に対する静止を意味するだろう。しかし、地球は自転し、また30 km/sで太陽のまわりを公転している。さらに、太陽系は銀河系の中を200 km/sで移動し、遠く離れた銀河どうしは互いに猛スピードで遠ざかりつつある（膨張宇宙）。こうなると「いったい、**本当に静止しているのはどこ？** 物体の運動の究極の基準は何？」という疑問が生じてくる。「絶対速度ってあるの？」という疑問でもある。また、慣性の法則でいう「静止、等速直線運動」とはいったい、何に対してのことなの？という「基準は何か」という問題提起でもある。

ニュートンは「宇宙を満たす空間そのものを究極の基準と考えざるをえない」として、不朽の名著『プリンキピア』の中で、それを**絶対空間**と呼んだ。また「それは、おそらく神の感覚体（神経組織）のようなもの」と友人に宛てた手紙の中に書いていたとのことだ。その“神経組織の糸”によって万有引力が伝わっているというイメージをもっていたのかもしれない、と推測する科学史家もいる。

さて現在では、絶対空間という考えは否定されている。空間そのものは基準にはなり得ず、物体の運動は他の物体に対する運動としてしか捉えようがないのだ。運動の究極の基準（絶対的な静止）は･･･ない。絶対速度というものもなく、せんじ詰め

れば、速度はすべて相対速度ということになる。

ただし、慣性の法則でいう「静止」が、何に対する静止でもよいというわけではない。慣性の法則が、ちゃんと成り立つような基準(**慣性系**という)と、そうでない基準(**非慣性系**という)の区別ははっきりとしている。

台風・低気圧・高気圧などの多くの気象現象は地球(に固定した座標系)が非慣性系であるために生じている(主として自転の影響)。しかし、物理室での授業中の実験では慣性の法則は良く成り立っている。その程度の空間的・時間的レベルでは、地球の上も十分に良い慣性系と言えるわけである。一方、電車の床に固定した座標系は、電車が動き始めたとき明らかに非慣性系になる。誰かに押されているわけでもないのに、自分の身体が<u>床に対して</u>動き出す！

と言うわけで、慣性の法則でいう「静止」とは慣性系に対する静止ということになるが、むしろ慣性の法則は「慣性の法則が成り立つ座標系(慣性系)がこの宇宙には存在するゾー」と主張している、と受け取ったほうが分かりやすいかもしれない。

ちなみに「ある慣性系に対して等速直線運動をしている座標系は慣性系である」とも言えて、これがとても重要で、多くの場面で使えます(p.24例題７(2)、p.35例題１２、p.42問題64)。

１１．放物運動

バレーボール、バスケットボール、テニス、卓球、野球･･･いったい球技って全部でいくつあるんだろう？　スポーツじゃなくても、自分の席からゴミ箱に“ポイッ”っとやってる人もいるよネ。空中を飛んでいるボールとかの運動は、放物運動って言うんだけど、とても身近な運動ってわけで、「こう投げると、こうなる」という放物運動の様子は、もう皆さん全員がちゃんと自分なりのイメージを持ってるんだよね。

「じゃぁ、もう勉強はいいかー」ってわけにはいかないのですネ。テストがあるからじゃなくて、放物運動の理屈って知ってみるととても面白いし、ためになる。ボールの見方が変わるかも！そう“ボールの気持ち”が分かるかも！

投げ出されたボールの運動を操っているのは基本的には重力のみ。重力は大きさ・向きが一定なので、ボールの運動は「ウソッ!」と思うほど単純なんだ！

①（水平投げ出し）

水平に投げ出されて空中を飛んでいるボールに働いている力は重力のみである（ここでは空気から受ける力は無視）。ボールには鉛直方向に重力が働き、水平方向には力が働いてない。したがって、v_0[m/s]で水平に投げ出されたボールの運動は次のようになる。

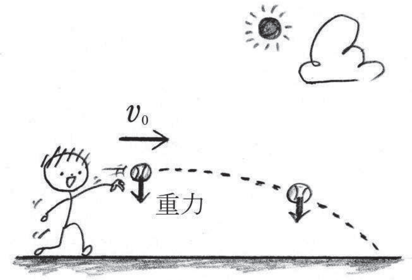


図11.1 水平方向に投げ出されたボール。手から離れたボールに働く力は重力のみである。

> 水平方向：移動速度は v_0 [m/s]のままで変化せず。
> 鉛直方向：重力加速度 g[m/s^2]の割合で速さが増す。
> 　　つまり、初速 0 m/sの落下運動と同じ。

･･･(11.1)

例題１３　ピッチャーが投げるボール

ピッチャーが v_0＝40m/sでボールを水平に投げ出した。キャッチャーまでの距離を l＝18 mとする。

(1) ボールが飛んでいる時間 t[s]と、図11.2の落差 h[m]を求めよ。

(2) キャッチャーが受ける直前の、ボールの速度の水平成分 v_x と鉛直成分 v_y を求めよ(図11.2のように x 、y軸を設定する)。

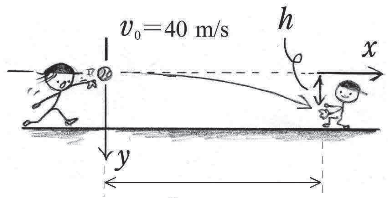


図11.2

例題１３(解)　(1) 水平方向の移動は等速だから

t＝18m／40m/s＝<u>0.45 s</u>　←「あッ、とも言えない間！」

この間に、重力によって落下するので

$h=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}g\,t^2=\frac{1}{2}9.8\times(0.45)^2=\underline{0.99\text{ m}}$

(2) 速度の水平成分は初速のままで　$v_x=\underline{40\text{ m/s}}$

鉛直成分は、鉛直下方を正の向きとしているから

$v_y = a\,t = gt = 9.8\times 0.45 = \underline{4.4\ \mathrm{m/s}}$

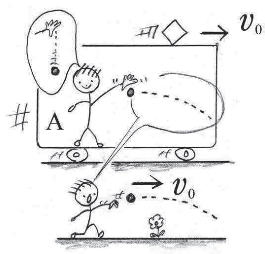


図11.3

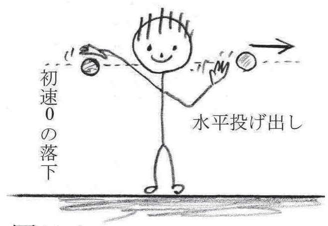
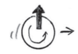


図11.4

５７ 図11.3のように、速度v_0で走っている電車の中でＡさんが静かにボールを落下させた(ボールの電車に対する相対的な運動)。このボールの地面に対する運動は、初速v_0での「水平投げ出し」と同じと考えてよいだろうか？ 理由を付けて答えよ。

５８[実技！] 図11.4のように、両手にボールを持ち、片方のボールは初速0の落下、もう片方のボールは水平に投げる。これを同時に行えば、どちらも同時に床に落下する！

＜コラム４＞ ボールの回転

例題１３ではボールが 約1 mも落下することになるが、実際にボールを水平に40 m/s(144 km/h)で普通(ｽﾄﾚｰﾄ)に投げると、18 m先でもこんなには落下しない。その原因は、ボールが回転することによって空気から上向きの力が働くからなのだ。普通にボールを投げると、  のようにボールが回転し、ボールには  のような力(**揚力**)が働く(**マグヌス効果**という。問題５９参照)。ボールが回転によって表面付近の空気をかき回すため、ボールの下の圧力が強くなる（空気がぶつかる）のである。ただし、フォークボールは  のように（フォーク  のように）ボールを指で挟み、あまり回転を与えないようにして投げるので、例題１３のようにストンと落ちる。ナックルはほとんど回転なしにする。バレーボールの無回転サーブも同様である(ちなみに、どちらもボールが揺れるという特徴をもつ)。･･･カーブ、スライダー、シュートの投げ方を考え出してみよう！

５９[実技！考察](マグヌス効果) 図11.5のように、紙で筒を作り2〜3m程度の糸を巻き付ける。糸の一端を持って紙の筒をはなせば、紙の筒は回転しながら落下していく。さあ、どんな動きをするか？！上の＜コラム４＞を参考にして議論もして下さい。

発泡スチロールのボールを使えば簡単にカーブを投げることもできます！

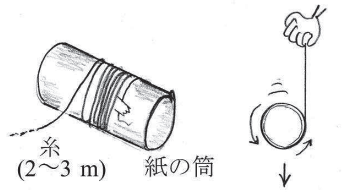


図11.5 図左のように紙の筒に糸を巻き、糸の一端を持って紙の筒をはなすと、回転しながら落下していく。

②（ななめ投げ上げ）

ななめに投げ出され、空中を飛んでいるボールに働いている力は重力のみである（空気から受ける力を無視）。ボールには鉛直方向に重力が働き、水平方向には力が働いてない。したがって、水平方向の移動速度は変化しない。

鉛直方向に関しては、初速が鉛直方向に成分をもっているので「鉛直投げ上げ」の運動と同じになる。

図11.6のように、初速(v_0 [m/s])の水平方向成分を $v_{/\!/}$[m/s]、鉛直方向成分を $v_\perp$[m/s]とすると、ななめに投げ出されたボールの運動は

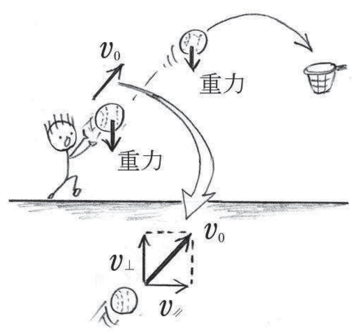


図11.6 手から離れたボールに働く力は重力のみ。初速 v_0 を水平成分 $v_{/\!/}$ と鉛直成分 $v_\perp$ に分けている。

水平方向：等速（$v_{/\!/}$ [m/s]のまま） 鉛直方向：$v_\perp$[m/s]での鉛直投げ上げと同じ

・・・(11.2)

なお、初速の向きが水平方向となす角を θ とすると

$$v_{/\!/}=v_0\cos\theta \quad 、\quad v_\perp=v_0\sin\theta$$

と表せる。力の分解と同じ方法である(図11.7)。

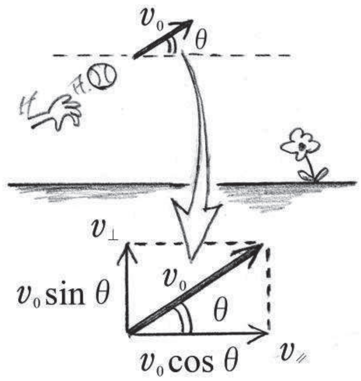


図11.7 初速(v_0)の水平成分 $v_{/\!/}$ と鉛直成分 $v_\perp$は、それぞれ $v_0\cos\theta, v_0\sin\theta$ と表される。

例題１４　これをマスターすれば、放物運動の計算はＯＫ！

図11.8のように、ボールを水平と $\theta=30^\circ$ の角をなす向きに $v_0=20$ m/sの速さで投げ出した。重力加速度を$g\fallingdotseq10$ m/s^{2}として次の各問に答えよ。ただし、投げた人の身長は無視せよ。

(1) ボールの初速の水平･鉛直成分はそれぞれ何m/sか。文字、数値の両方で答えよ。

(2) ボールが最高点に達するのは投げ出されてから何秒後か。そのときのボールの高さは何mか。速さは何m/sか。

(3) 地上に落下するのは投げ出されてから何秒後か。また、投げ出したところから落下点までの水平距離は何mか。

(4) 初速の大きさ v_0 を変えない場合、角度 θ を何度にしたら水平到達距離が最大になるか。

（公式 $2\sin\theta\cos\theta=\sin2\theta$ を使う）

(5)[飛び入り問題！] 三塁手がゴロをとって一塁に送球する場合、θ を何度にすべきか（飛んでいる時間をなるべく短くしたい）。同じ初速で投げるとし、ボールのバウンドによる摩擦（減速）を無視せよ。

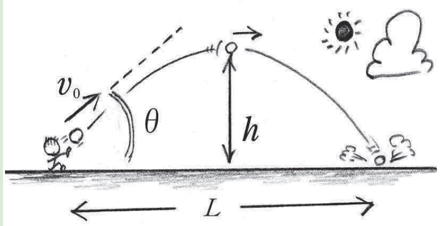


図11.8

例題１４(解) (1)初速の水平成分 $v_{/\!/}=\underline{v_0\cos\theta}=20\cos 30^\circ=$ $20\times\sqrt{3}/2\fallingdotseq 17.3\fallingdotseq\underline{17\ \mathrm{m/s}}$

初速の鉛直成分 $v_{\perp}=\underline{v_0\sin\theta}=20\sin 30^\circ=20\times(1/2)=\underline{10.0\mathrm{m/s}}$

(2)　求める時間をt_1として $vy=v_{\perp}-g\,t_1=0$　より $t_1=v_{\perp}/g=$ $10\mathrm{m/s}/10\mathrm{m/s}^2=\underline{1.0}\ \mathrm{s}$

高さ$h=v_{\perp}\times t_1-\frac{1}{2}gt_1^2=10\times1.0-\frac{1}{2}\times10\times(1.0)^2=\underline{5.0\ \mathrm{m}}$.

最高点では、鉛直方向の速さは0 m/sだが、水平方向には動いていて、それをu [m/s]とすると $u=v_{/\!/}=\underline{17\ \mathrm{m/s}}$

(3)求める時間をt_2として $y=v_{\perp}\times t_2-\frac{1}{2}g\,t_2^2=0$ より$t_2=2\times v_{\perp}/g=$ $2\times10/10=2.0\ \mathrm{s}$ (なお、　$t_2=2\,t_1$；上昇の時間と降下の時間は等しい)。水平距離 $L=v_{/\!/}\times t_2=17.3\times2.0=34.6\fallingdotseq\underline{35\ \mathrm{m}}$

(4) (3)より $L=v_{/\!/}\times t_2=2\,v_{/\!/}\times v_{\perp}/g=2\,v_0^2\cos\theta\sin\theta/g=$ $v_0^2\sin2\theta/g$。$\sin2\theta$ は $\theta=45^\circ$ のときに最大値をとる。したがって、$\theta=45^\circ$ の場合にL が最大になる。

(5) 時間が短いほどよいから、水平方向の移動速度を最大にすべき。したがって、$\theta=0^\circ$ ：水平に投げる！実際にはバウンドすると減速するが、1 回のバウンドくらいならこの投げ方がよい。

[別解](2)「$x=(\text{平均の速度})\times t=\frac{1}{2}(v_0+v)t$」を$y$方向の運動に適用すると $h=\frac{1}{2}(v_{\perp}+0)t_1=\frac{1}{2}(10+0)\times1.0=\underline{5.0\ \mathrm{m}}$。あるいは、等加速度運動の公式「$v^2-v_0^2=2ax$」を y方向の運動に適用すると $0^2-v_{\perp}^2=2(-g)h$、これから $h=v_{\perp}^2/(2\,g)=(10)^2/(2\times10)=5.0\ \mathrm{m}$

③（放物運動の別の見方）

もし、校庭に“重力スイッチ”があったとして(図11.9)･･･“重力OFF”にしてボールを v_0[m/s]で投げ出せば、慣性の法則により、ボールは真っ直ぐに v_0で飛び続けるだろう。それを見ながら“重力ON”にするとどうなるか？ ボールには重力による鉛直下向きの加速度が生じ、運動に変化が生じる。というわけで、放物運動は一般に、次の(1)(2)の運動の重ね合わせになっていると解釈できる：

(1) 重力がなかった場合の運動（初速を保つ運動：**慣性運動**）
　　t[s]で、初速の向きに v_0t [m]直進

(2) 重力によって引き起こされる運動（**落下運動**）
　　t[s]で、$\frac{1}{2}gt^2$ [m]の落下

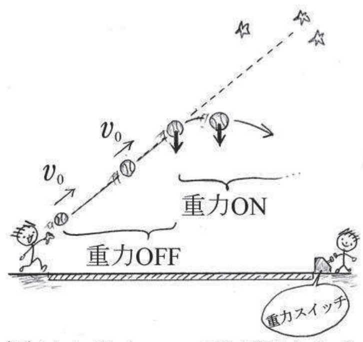


図11.9 重力OFFで投げ出されたボールは初速の向きに等速で真っ直ぐ進むが、途中で重力ONにすると、重力による落下運動が重ね合わさり放物軌道を描いて落ちてくる。

例題１５　慣性＋落下 のイメージでボールをながめよう！

初速v_0[m/s]でななめに投げ上げられたボールの t[s]後の位置を、上記の(1)(2)に基づいて図解せよ。

(解)　図11.10のように、投げ出されてから t [s]後のボールは、(1)初速の向きに$v_0 t$[m]進み(OP)、同時に (2)$\frac{1}{2}gt^2$[m]落下(PQ)した位置Qにある。

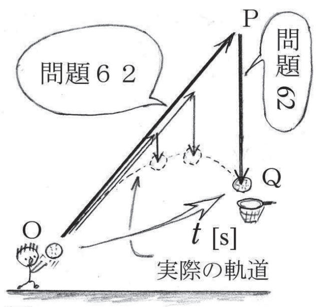
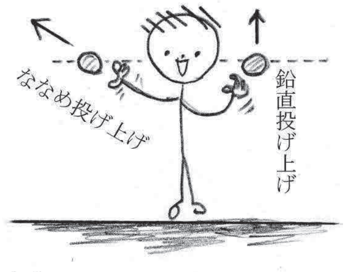


図11.10

６０[考察] 友達がp.40図11.6を見て「え～、どうしてボールに働いている力が重力だけなんて言えるの？　だって、ななめ上にボールを動かしてる力があるじゃない」と言って不満げです。さぁ、その友達に「重力だけでいいんだよ」という理由を丁寧に教えてあげて下さい。

６１[実技！] 図11.11のように両手にボールを持ち、片方のボールは鉛直に投げ上げ、もう片方のボールはななめに投げ上げる。これを同時に行えば、どちらも同時に床に落下する！速度の鉛直成分が同じになるように(縦方向に沿って揃って投げ上げるように)練習をして下さい。



６２　図11.10の吹き出しを埋めよ。

６３　図11.12のように、木につかまっている猿めがけてボールを投げたら(初速が猿の方向)、それと同時に猿は驚いて手を放した（ボールが投げ出されたのと同時に猿は初速0の落下を開始）。

　この２つの条件さえ成り立っていれば、初速の大きさや投げ出す位置などには関係なくボールは必ず猿に当たる（**モンキーハンティング**の問題という）。この理由を述べよ。

　ヒント：p.41 ③（放物運動の別の見方）の考え方を使うとよい。

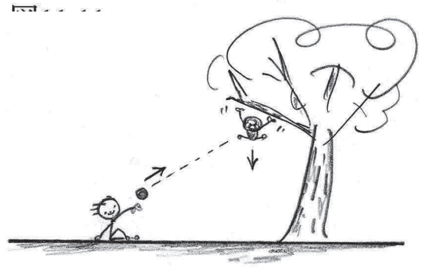


図11.12

６４[考察] 水平or斜めに投げ出されたボールについて、p.35例題１２と同様に、初速と同じ速度で移動し続ける「観測者」から見たボールの運動はどうなるか。

１２．摩擦力・ばねの弾性力・浮力

押す力、引く力、飛んでるボールに働く重力･･･いままで、いろいろな力が登場してきたけど、身近な力ってまだまだあるね。その中でも割合に単純な振る舞いっていうか、単純な法則性をもってる力として、すべりの摩擦力、ばねの弾性力、圧力・浮力の性質と親しくなろう。

ま、地味な話題かも知れないけれど、普段お世話になっている力だね。

①（すべりの摩擦力）

摩擦力の中で最も単純なものは、２つの面が擦れる際に及ぼし合う摩擦力で**すべりの摩擦力**といい、静止摩擦力と動摩擦力に分類される。面と面が及ぼし合う力の「面に平行な成分」がすべりの摩擦力だと考えてよい。

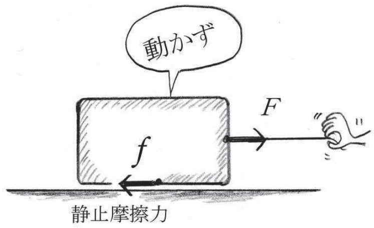


図12.1 力 Fを加えても動かないのは、静止摩擦力 f が働いているからであり $f = F$ である。

図12.1のように、水平面上で物体を力 F で水平に引いても動かない場合、力 F と**静止摩擦力** f がつり合っている($f = F$)。

しかし、静止摩擦力の大きさには限界があり(踏ん張れる限界！)、その限界値を**(静止)最大摩擦力**という。これを f_{max} と記そう。最大摩擦力 f_{max} は、接触する２つの面が圧迫し合う力に比例することが知られている(p.45問題６５参照)。「圧迫し合う力」は「面に垂直な向きに押し合う力」という意味であって、図12.2の N (とその反作用) のように表される。この力 Nを**垂直抗力**という。したがって「最大摩擦力 f_{max} は垂直抗力 N に比例する」と表現され

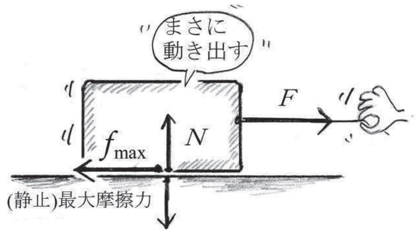


図12.2 静止摩擦力の大きさにも限界値 f_{max}があり(静止)最大摩擦力という。垂直抗力 Nは面と面が押し合う力の片方である。なお、動き出す瞬間においては $f_{max} = F$である。

(静止)最大摩擦力　$f_{max} \propto N$ 、　$f_{max} = \mu N$	･･･(12.1)

上式の μ (ﾐｭｰ)を２つの面の間の**静止摩擦係数**という。μ の値は接触している２つの面の材質や表面の状態によって異なる。

次に図12.3のように、例えば本が机の上を動いている場合、本と机の間には動摩擦力 f' が働く。動摩擦力に関しても、最大摩擦力 f_{max}の場合とそっくりな形の法則性が知られていて

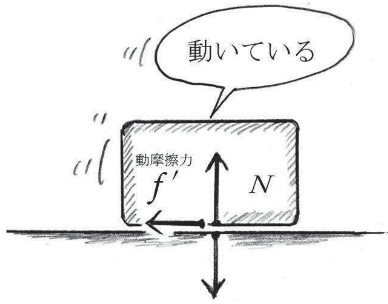


図12.3 動いているときの摩擦力を動摩擦力という。

動摩擦力　$f' \propto N$、　$f' = \mu' N$	･･･(12.2)

上式の μ' を２つの面の間の**動摩擦係数**という。動摩擦力は速さに無関係である。また、同じ物体の組み合わせでは例外なく「静止最大摩擦力＞動摩擦力($\mu > \mu'$)」である。静止時には面と面の間に部分的に「吸着」が生じているが、動き出すと、それがなくなるためである。

<補足１８> 近似的な法則

最大摩擦や動摩擦に関する上記の法則は、運動方程式のような厳密に成り立っている法則ではなく「大まかに成り立つだけだが、実用上は便利な法則」といった近似的な法則である。

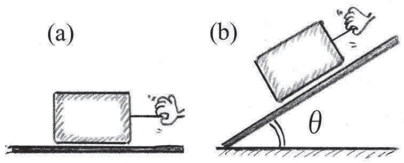


図12.4

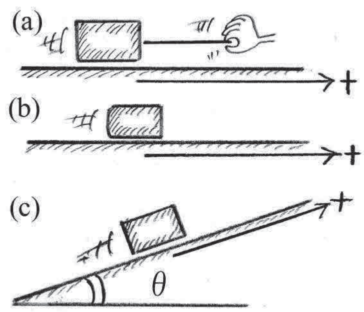


図12.5

例題１６　すべりの摩擦に慣れましょう

物体の質量をm、重力加速度をg、斜面の傾きをθ、物体と斜面の間の静止摩擦係数をμ、動摩擦係数をμ'とする。

(1) 図12.4(a)(b)について、物体を動かそうとした場合につて、物体に働く静止最大摩擦力　$f_{\max}$ の大きさを求めよ。

(2) 図12.5(a)～(c) のように物体が動いている場合について、物体に働く動摩擦力 f'　を求めよ(符号を付ける)。

(解)(1) 図12.4 (a) 鉛直方向の力のつり合いから$N=mg$であり、

$f_{\max}=\mu N=\mu mg$. (b) 斜面に垂直な方向での力のつり合いから、垂直抗力は　$N=mg\cos\theta$ (Nがθによって異なる)であり

$f_{\max}=\mu N=\mu mg\cos\theta$　　(p.9 例題２参照)

(2) 図12.5 (a)$f'=-\mu' mg$　(b)$f'=-\mu' mg$　(c)$f'=-\mu' mg\cos\theta$

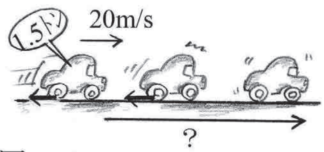


図12.6

例題１７　制動距離は速度の２乗に比例する！

$v_0=20$ m/sで走っていた $m=1.5$㌧の車が急ブレーキをかけた。タイヤと路面の間の動摩擦係数を$\mu'=0.50$ として、静止するまでにスリップする距離 x を求めよ。

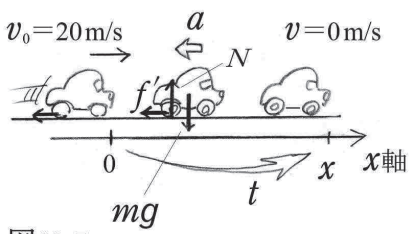


図12.7

例題１７(解) 動摩擦力の大きさは、$f'=\mu' N=\mu' mg$。運動の向きを正の向きとして、運動方程式より

$a=-f'/m=-\mu' mg/m=-\mu' g$。

静止するまでの時間を t として $v=v_0+at=v_0-\mu' g t=0$

上式より $t=v_0/(\mu' g)$．求める距離を x とすると

$x=$(平均の速度)$\times t=\frac{1}{2}(v_0+v)t=\frac{1}{2}(v_0+0)\{v_0/(\mu' g)\}=\frac{1}{2}v_0^2/(\mu' g)$

$=\frac{1}{2}20^2/(0.50\times 9.8)=40.8\fallingdotseq \underline{41\ \mathrm{m}}$　　(x は v_0 の2乗に比例している)

[別解] 等加速度運動の公式「(速度)^{2}の変化」(8.4)式より

$v^2-v_0^2=2ax$ であり　$0^2-v_0^2=2(-\mu' g)x$　したがって

$x=\frac{1}{2}v_0^2/(\mu' g)=\frac{1}{2}20^2/(0.50\times 9.8)=40.8\fallingdotseq \underline{41\ \mathrm{m}}$

なお、この問題は後で学習する「運動エネルギーと仕事の関係」を用いるほうが分かりやすいと思う。

６５[実技！考察] 図12.8のように左右の手の平を互いに押しつけ、「押し合う力」を実感してみよう。そして、強く押しつけると、上下にずらしにくくなることを実感して下さい！

さらに、左右の手の平が押し合う場合、互いに押し合う力はどのように表されるか。作用点を明記して矢で記入せよ。

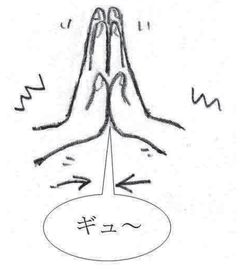


図12.8

＜コラム５＞

ころがり摩擦

「車輪」は重い物も摩擦を極端に減らして運ぶことができる道具であり、大発明であった。車輪は、接触面積を減らした上に「すべり(擦れ)」を減らしている。とは言っても、例えばボールを転がしてもじきに止まる。「ころがり」にも摩擦はあって、**ころがり摩擦**という。図12.9のように、この摩擦は主に接触している面と面を“はがす”のに必要な力から生じている。ころがり摩擦は、すべり摩擦より極端に小さい。

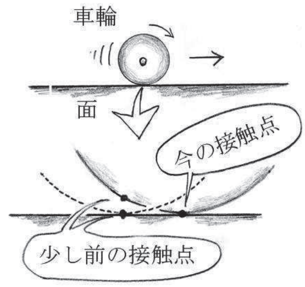


図12.9 ころがり摩擦力は、主に車輪と面との接触点を“はがす”のに必要な力から生じているので、極端に小さい(弱い)。

流体からの抵抗

空気・水など、一般に流体から物体が受ける抵抗は物体の速さが速いほど大きくなる。流体から受ける抵抗には主に次の2つの要素がある。

(1) 粘性抵抗(摩擦抵抗)：流体の粘りによる抵抗で、霧雨や塵の落下のように、小さく軽い物体がゆっくりと進む場合に重要となる。粘性抵抗 f は物体の速度 v に比例し

$$\text{粘性抵抗}\qquad f=k_1 v \qquad \cdots(12.3)$$

k_1は流体の種類、物体の形状などで決まる定数である。

図12.10 粘性抵抗の例。小さなものがゆっくり進む場合に重要となる。

(2) 圧力抵抗：流体中を動く物体は流体を押すが、その反作用として受ける抵抗で、速度が速い場合に重要になる。ボール・大きな雨滴・スカイダイバー・落下傘の落下や自転車・車の走行時の抵抗は主にこの抵抗である。圧力抵抗fは物体の速度 v の2乗に比例し

$$\text{圧力抵抗}\qquad f=k_2 v^2 \qquad \cdots(12.4)$$

k_2 は定数だが、物体の形状を流線型にするとは非常に小さくなり、圧力抵抗を劇的に減らすことができる。

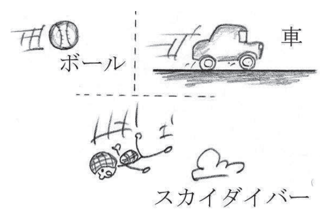


図12.11 圧力抵抗の例。速度が比較的速い場合に重要となる。

６６[＜コラム５＞関連] スカイダイビングでの終端速度は、質量50 kgの人が手足を広げた状態で200 km/h(56 m/s)程度である。

（なお、終端速度についてはp.25 問題４５も参照のこと）

(1) 圧力抵抗による終端速度として、(12.4)式のk_2の値を求めよ。

(落下後約12秒で終端速度に達し、落下距離は約400 mとのこと)

(2)(1)で求めたk_2を使い、風速20 m/sのとき我々の身体が風から受ける力がどの程度かを概算せよ。

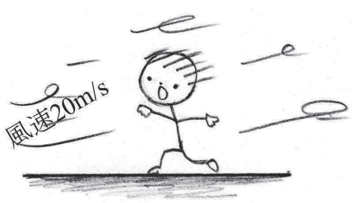


図12.12

②（ばねの弾性力とフックの法則）

図12.13のように、ばねを変形させ**自然の長さ**(元の長さ)からの伸び or 縮みが x [m]とする。このとき、ばねと手が及ぼし合う力の大きさ F[N]は伸び or 縮みの量 x[m] に比例し

ばねの伸び･縮みと力　$F = kx$　〔N〕

･･･(12.5)

これを**フックの法則**という。また、k[N/m]を**ばね定数**という。ばね定数 k は、ばねの硬さ(強さ)を表している。

物体に力を加えて変形させた後、力を取り去ると形が元に戻る場合、その性質を一般に**弾性**といい、元に戻ろうとする力を**弾性力**という。ばねの弾性は、物体が示す弾性の代表例である。

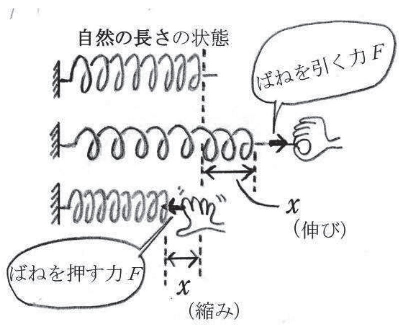


図12.13 ばねに力Fを加え、**自然の長さ**から x だけ伸ばしたり縮めたりしている。

６７　質量100 gのおもりをつるすと5.0 cm 伸びるばねがある。

(1)このばねのばね定数は何N/mか。

(2)このばねとばね定数が同じばねを、図12.14のように２本つなげて100 gのおもりをつるした。ばねは全体で何cm伸びるか。また、全体のばね定数は何N/mになるか。ばねの質量は無視する。


図12.14

<補足１９> フックの法則は、ばねだけの話ではない

フックの法則は何もばねだけの法則ではないんだよ。身の回りのどんな物体だって、程度の差はあるけど力を加えれば変形する。このとき、加えた**力**と**変形**の間には同じ法則が成り立っていることが多い。ただし、物体の変形が限度を超えると、物体は元の形に戻らなくなる。この限界を**弾性限界**という。フックの法則は、物体の弾性限界内において、変形が比較的小さい場合には、ほぼ例外なくどんな物体についても成り立つ法則なんだ。

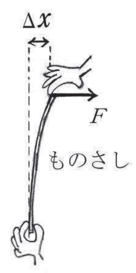


図12.15 ものさしを曲げている。こんな場合でも、Δxが小さい限りフックの法則は成り立っていると言える。

③（水の圧力）

液体・気体の圧力の原因は、液体・気体を構成する分子の熱運動(分子運動)であり、圧力はあらゆる向き(上下左右･･･)に生じる。ただし、実際に面に働く圧力の向きはその面に垂直である(面に平行な成分は打ち消されている)。なお、素朴なイメージとしては、大気圧や水圧は、大気の重みや水の重みと捉えておいてもよい。

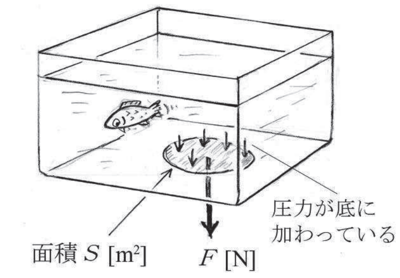


図12.16

圧力(復習)

圧力は単位面積あたりに働く力として定義される。

$$\text{圧力}\quad p=\frac{\text{面全体に垂直に働く力}F\,[\mathrm{N}]}{\text{面の面積}S\,[\mathrm{m^2}]}=\frac{F}{S}\ [\mathrm{Pa}]\quad \text{or}\quad F=pS\ [\mathrm{N}]$$

水中に潜ったときに水から受ける圧力を求めよう。大気圧を p_0 [Pa](=[N/m^2])、水の密度を ρ（ロー） [kg/m^3]とする。水深 h [m]での水の圧力 p [Pa]は、図12.17の円筒形部分(底面積 S[m^2])に注目し、そこに働く力のつり合いから導くことができる：

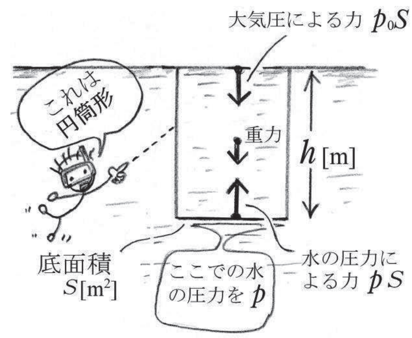


図12.17 円筒形部分の水について、力のつり合いを考える。

$$\text{力のつり合い}\quad \underbrace{pS}_{\text{水の圧力による力}} = \underbrace{p_0S}_{\text{大気圧による力}}+\underbrace{(\rho hS)g}_{\text{重力}}\qquad \cdots(12.6)$$

したがって

$$\boxed{\text{水深 } h \text{ での水の圧力}\quad p=p_0+\rho gh\quad 〔\mathrm{Pa}〕}\qquad \cdots(12.7)$$

水中での圧力差を扱う場合は大気圧 p_0 が打ち消されるので、水の圧力を単に「ρgh」としておいても差し支えない。ただし、大気圧 p_0 の存在自体は忘れないでおこう！

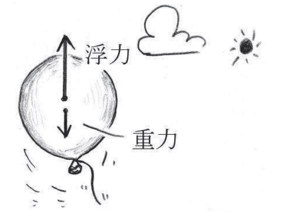


図12.18 重力 ＜ 浮力なら風船は上昇する。
浮力の原因は風船の上と下での圧力の違い。

④（浮力）

身体が水に浮いたり、ヘリウム入りの風船が空気中に浮くのは**浮力**が働くからである。浮力の原因は圧力差である。物体には周りの水や空気などから圧力が働くが、下から働く圧力は上から働く圧力より強い。その差が浮力となっているのだ。ただし、浮力の計算自体は次のように簡単に済ますことができ、**アルキメデスの原理**と呼ばれている(図12.19、p.48問題７１でこの原理を導いている)。

図12.19 魚に働く浮力の大きさは魚と同じ形･大きさの水に働く重力の大きさに等しい。

$$\boxed{\begin{aligned}&\text{浮力の大きさ＝物体が排除した流体に働く}\\&\qquad\text{重力の大きさ(重さ)}\\&\qquad=(\text{質量})\times g=\rho Vg\quad\text{or}\quad \rho gV〔\mathrm{N}〕\end{aligned}}\qquad\cdots(12.8)$$

上式において、ρ (ロー) [kg/m^3]は流体の密度、V [m^3]は物体の体積、

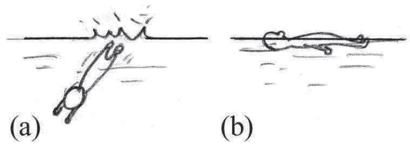
g [m/s^2]は重力加速度、ρV [kg]は排除した流体の質量である。

例題１８　プールで浮力と重力を考える

　息を大きく吸い込んだ状態での人間の平均密度[kg/m^3]を水の0.95倍とする。次の(1)(2)について、浮力の大きさは重力の大きさの何倍になっているか。ただし、どちらも息を大きく吸い込んだ状態とする。

(1) 図12.20(a)のように水に飛び込んで潜っているとき。

(2) 図12.20(b)のように、水面に浮いて静止しているとき。



(a)　　　　(b)

図12.20

例題１８(解) (1) 身体に働く浮力の大きさは、身体が排除した水に働く重力(重さ)に等しい。水の密度を$\rho_{水}$、身体の体積をV、重力加速度をgとすると、浮力＝$\rho_{水} Vg$、身体に働く重力は、問題文にあるデータを使って　重力＝$(0.95\rho_{水}) Vg$。したがって、

浮力／重力＝$\rho_{水} Vg$／$(0.95\rho_{水} Vg)$＝1／0.95＝<u>1.05倍</u>

(2) 静止しているのは、浮力と重力がつり合っているから。したがって、浮力／重力＝<u>1</u>

６８[考察] 図12.21のように、水槽の水に1 kgのおもりを入れたとき、はかりの針はどう反応するか。

　ヒント：浮力にだって反作用はあるはず！

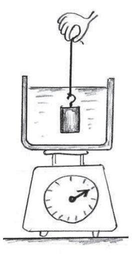


図12.21

６９[考察]空気の入ったガラス瓶(びん)の口に栓をして水に入れたら、浮いた。このガラス瓶の中の空気を抜いて(もちろん栓はして)水に入れたら浮く？！　(図12.22)

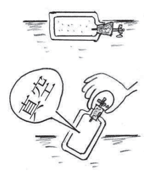


図12.22

７０[考察] 図12.23のように、円筒形容器の側面に穴を開け、そこにピッタリ入るコルク製の車を取り付けて円筒形容器に水を入れる。車は回転でき、水はあまり漏れないように工夫されているとする。さて、車の左側には水から浮力がはたらく。このような力は車を回転させるはたらきをもつ。車に発電機を接続すれば･･･ずっと発電し続ける！？？永久機関？そ・そ・それはあり得ない！上の話のどこが間違っているか。

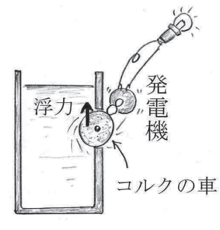


図12.23

７１[考察]静止しているプールの水の一部分A(水Ａ　図12.24)に働く力のつり合いから、水Ａと同じ形・大きさの物体が水中で受ける浮力が　(12.8)式で計算されることを示せ。水Ａが占める領域(領域Ａ)の形は任意である！　ヒント：水Ａにも浮力が働く。図12.19も参照

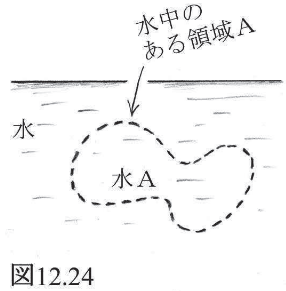


図12.24

＜コラム６＞ いま学習している運動の法則って、万能なの？

試合中のテニスボールの動き、走っている小犬の動き、地球や木星の動き、･･･ミジンコ、ゾウリムシ･･･大きさや動きの様子は違うけれど、みな同じ運動の法則にしたがって動いているはずなんだ。いま学習している運動の法則です。

この法則は「ニュートンの運動の法則」、「ニュートン力学」あるいは「古典力学（classical mechanics)」って呼ばれている。なんで「古典」なんていうのかと言うと･･･、20世紀になってから、この法則が外れてしまう領域もあることが明らかになってきたからなんだ。その領域っていうと、分子・原子･原子核・電子・クォークとかのミクロの粒子や強力な放射線のように超高速で動くもの、それからブラックホールのような天体や宇宙全体なんかで、場合によっては全然当てはまらないことが分かってきた。つまりニュートン力学は万能ではないことは既に分かっている。でも、でも、ニュートン力学の実用上の守備範囲っていうとやっぱりとっても広くて、現在でも重要な法則であることにはちっとも変わりがないんだ。

１３.エネルギーと仕事

エネルギーっていう言葉を聞かない日はまずないよね。誰だってエネルギーについて自分なりのイメージを持っていて、そのイメージについても、別に気になるほどの曖昧さって感じてないでしょう。運動エネルギー、電気エネルギー、熱エネルギー等々、詳しいことは知らなくたって何となくイメージはできる。そして、「そのエネルギーは形態(運動・電気。熱･･･)は変わっていったって、それ自体の量は変わらない」とか言われても「ヘンなの」なんて感じないじゃないかなぁ(エネルギー保存の法則)。そう、事実、エネルギー保存の法則に反する現象は観測されてないんだ。

物体の運動をエネルギーという発想を使って扱う方法を手に入れようよ。これはゼッタイに宝もの！でもね、驚くべきことに、実は、「エネルギー」って、ここまでに勉強してきた事柄の中にちゃんと潜んでいるんだ、ホントに。

「エネルギー」って呼んじゃうのに相応しいものを既習事項の中から探し出して、それを活用しよう。さいわいにね、エネルギーに対してもっている私達の直感的イメージってほぼ正しいと信じていいんだ。だから安心してエネルギーをバンバン活用していこう！さぁ、始めよう！

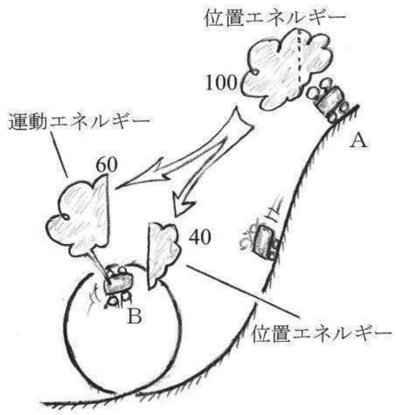


図13.1 力学的エネルギー保存の法則。A点で位置エネルギーのみが100あったが、B点では運動エネルギー60＋位置エネルギー40になった。“雲”はエネルギーのイメージ！

①（復習＋α）

中学校で学習した「力学的エネルギー保存の法則」を思いだそう。ジェットコースターを考えるのが一番よいだろう。車体(コースター)が高いところにあるとき、位置エネルギーを多くもち、降下してくると位置エネルギーは減るがその分、運動エネルギーが増える。言い換えると、

位置エネルギーと運動エネルギーの和は一定（保存される）

という法則だ。もちろん、「摩擦などが無視できるとして」といった条件付きだが、実用上も便利な法則だ。位置エネルギーと運動エネルギーの和を**力学的エネルギー**という。

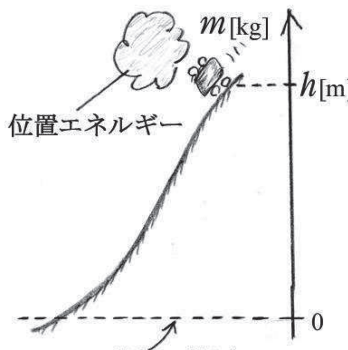


図13.2 基準の位置からの高さ h のところにある質量 m の物体と位置エネルギーのイメージ。位置エネルギーは物体付近の空間にたまっている、と考えておこう。

さて、位置エネルギーや運動エネルギーがどのように計算されるか。とりあえず紹介しておこう。

質量m[kg]の物体が、基準の場所からの高さh[m]のところにある場合、重力の位置エネルギーU は、重力加速度をg [m/s^2]として(基準の位置は任意)

重力の位置エネルギー　$U = mgh$　〔J〕

･･･(13.1)

単位[J]はエネルギーを表す単位で「ジュール」と読む。
位置エネルギーは物体付近の空間に蓄えられていると考えておくのがよいだろう。

一方、質量m[kg]の物体が速さv[m/s]で動いている場合、運動エネルギーK は

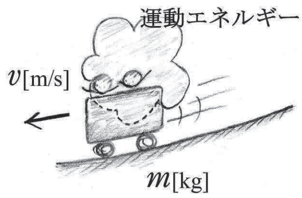


図13.3 速さ v で動く質量 m の物体と運動エネルギーのイメージ。

運動エネルギー	$K=\frac{1}{2}mv^2$	〔J〕

・・・(13.2)

以上、結論のみ記したが、次の例題を解き、何はともあれ力学的エネルギー保存の法則と仲良しになっておこう！

> 例題１９　v_0 [m/s]で鉛直上方に投げ上げられたボールの最高点の高さを、力学的エネルギー保存の法則を使って求めよ。重力加速度をg[m/s^2]とせよ。＊

例題１９(解) ボールが手から離れた所を位置エネルギーの基準(ゼロ)の位置とし、基準の位置と最高点とで、力学的エネルギー(＝運動エネルギー＋位置エネルギー)が等しいとおけばよい(力学的エネルギー保存の法則)。基準の位置から測った最高点の高さをh[m]とすると

$\frac{1}{2}mv_0^2+0=0+mgh$　　∴　$h=\underline{v_0^2/(2g)}$

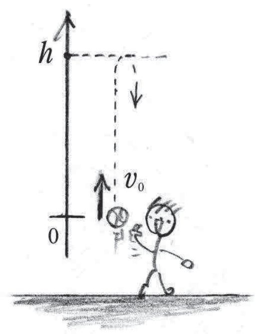


図13.4

＊
具体的な値で考えてみよう。19.6m/s で投げ上げたボールの最高点の高さを, エネルギー保存則を使って求めよ。ただし。重力加速度は 9.8 m/s^2 とする。また, 投げた位置にボールが戻ってきたときの速さはいくらになるか？（質量がない！と思っても慌てずに，答え：39.2 m, 19.6 m/s）

> 例題２０　ジェットコースターの最高スピード
>
> 落差h [m]のジェットコースターがある。車体の質量をm [kg]、最下点を重力の位置エネルギーの基準の場所とし、重力加速度をg＝9.8 m/s^2、最高点での初速と摩擦は無視する。
>
> (1) 最高点での、車体の位置エネルギーを求めよ。
>
> (2) 最下点での、車体の運動エネルギーと、速さを求めよ。
>
> (3) h＝70 m の場合、最下点での速さは何km/hか。
>
> (4) もし、途中にループがあったら(3)の値はどうなる？

例題２０(解) (1) $U=\underline{mgh}$　(2) 力学的エネルギー保存の法則より、

$\frac{1}{2}mv^2=\underline{mgh}$　また、これから$v=\underline{\sqrt{2gh}}$

(3)　(2)の答えを利用して $v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times9.8\times70}=\sqrt{1.37\times10^3}=37$ m/s＝133 km/h≒$\underline{130\text{ km/h}}$　なお、 富士急ハイランドHPの FUJIYAMA 参照

(4) 同じ値で$\underline{130\text{ km/h}}$

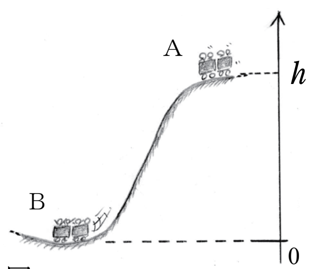


図13.5

(注) (4) 途中のレールの形には無関係であることに注目。ループがあったってよいのだ。これは今まで学習してきた事柄だけでは手に負えないことで、エネルギーを使った御利益！なぜそうなるかは、これから学習する。

②（エネルギーをイメージしよう！）

投げ出されたボールは運動エネルギーをもっている。「そのエネルギーはどこから来たの？」と問われれば「そりゃ、投げた人からに決まってるじゃないか」と答えるだろう。「その人がもっていたエネルギーは？」とくれば「そりゃ、おにぎり食べたし」となる。しかし、ボールを投げているとき、エネルギーが手(身体)からボールにジュワァっと移動していく様子を誰も見たことはないだろう。エネルギーには様々な形態があるが、どんなエネルギーだって、エネルギーそのものは目には見えない。

図13.6 エネルギー移動のイメージ。食物のエネルギーが身体のエネルギーへ、そしてボールの運動エネルギーへ。

そこで、ここでは「エネルギーとは･･･」といったきちっとした定義は与えず、そのかわり、ジェットコースターの例のように「エネルギーとは、現象の“奥”でどんな場合にでも無くなったりしない(保存される）なにか」といった程度のイメージを土台にして話を進めていこう。そしてエネルギーがあたかも見えるかのようにイメージし、図13.6、図13.7のように積極的に(テキトーに!?)絵に描いて楽しもう！！

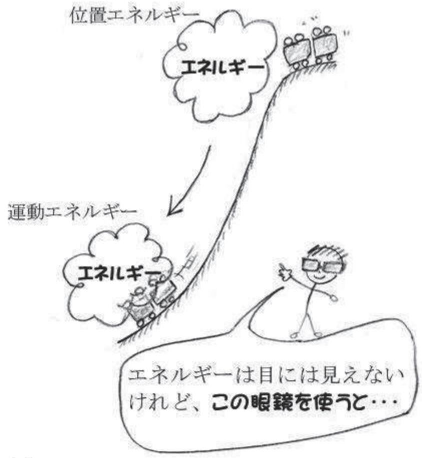


図13.7 エネルギーそのものは見えない。でも、こんなふうな**エネルギー**が、総量を変えずに移動しているとイメージすると分かりやすいし楽しい。このイメージの正しさは**エネルギー保存の法則**が保証してくれている。

エネルギーのイメージ(定義)･･･どんな現象においても必ず保存されているもの　･･･(13.3)

このようなイメージは、エネルギーに対して私たちが思い描いている(あるいは期待している)ものと言ってよいだろう。実際、このイメージに反する現象は見つかっていないのだ。

実は、エネルギーは既習の事柄の中に潜んでいる。そんな「エネルギー」を見つけ出していこう。「ちょっと得体の知れないエネルギー」が「具体的に計算にも使えるし便利なエネルギー」になっていく。

＜コラム７＞ エネルギーの通常の定義

通常、エネルギーとは「仕事をする能力」と定義する。確かにこの定義を用いれば、論理的で厳密な議論を(少なくとも初めのうちは)進めていける。ただし、果たしてこれでエネルギーの豊かなイメージ(と言うか普通に人々がもっているイメージ)を言い表しているのかというと甚だ疑問に感じちゃう･･･のは私だけだろうか？！

③（力によるエネルギーの移動：仕事）

中学時代の理科で、「仕事」という用語が出てきたのを思い出そう。
「Ａさんは30Ｎの力を加えて荷物を1.5ｍ持ち上げた。このときの仕事は30Ｎ×1.5ｍ＝45Ｊ(ジュール)」･･･でも、いったいこの「仕事」ってどんなイメージ？

再び手でボールを投げる場面をイメージしよう。「手でボールを押す」→「ボールは力を受けて動き出す」→「ボールの運動エネルギーが増加していく」･･･前述のように、ボールの運動エネルギーは投げた人がもっていたエネルギーであると認めよう。だったらさらに、そのエネルギーは「ボールが(手から)受けた力によって受け渡された」と見るのは自然な発想(エネルギー保存)ではないだろうか。このように「力によるエネルギーの移動の過程」および「移動させたエネルギーの量」を「**仕事**」という用語で呼んでいるのだ。

図13.8 ボールは力を受けたことによってエネルギーを得たのだから「力によってエネルギーが移動してきた」とイメージするのは自然な発想だろう。投げた人は少し疲れるし。

仕事とは：力によるエネルギーの移動の過程 　　　　　および、移動させたエネルギーの量

･･･(13.4)

図13.9のように、物体に力 F[N]が加わり、変位が Δx[m]だったとしよう。このとき、力 Fがした仕事 W を次のように定義する(とりあえずここでは、変位 Δxは力 Fと同じ向きとしておく。両者の向きが違うケースはp.57⑤(力の向きと仕事）で扱う)。

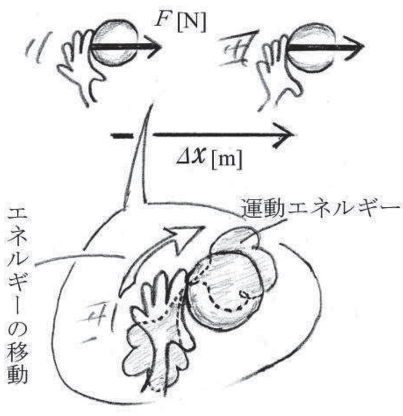


図13.9 W＝力×変位＝$F\Delta x$ は「力 Fがした**仕事**」と呼ばれている。これは力によるエネルギーの移動量を表していると解釈できるのだ。

力 F がした仕事　W ＝力×変位＝$F\Delta x$ [J] (エネルギーの移動)

･･･(13.5)

例えば、F＝3 Nの力が働き、力 Fと同じ向きに Δx＝2 mだけ変位したなら、“正しいお作法”で扱っても Fと Δxは同符号で仕事は W＝＋6 Jである。これを「力 Fが物体に＋6 J の仕事をした」あるいは「力 Fが6 Jの**正の仕事**をした」と表現する。これは「力 Fによって 6 J のエネルギーが物体に与えられた」とイメージすればよいのだ。

例題２１　投球と仕事・運動エネルギー

ボールに　F＝58Nの力を加え、力の向きに2.0 m動かして投げ出した。初速は0 m/sで重力の影響は無視せよ。

(1) ボールが受けた力 Fのした仕事は何Jか。
(2) 投げ出されたボールの運動エネルギーは何Jか。
(3) ボールの質量が145 gなら、(2)での速さは何m/sか。
(13.2)式を使って計算せよ。

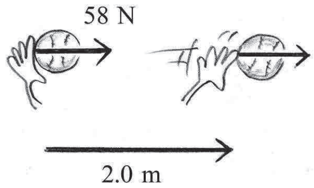


図13.10

(解)(1)図13.11のように座標軸を設定すると　$W = F\Delta x = (+58\ \mathrm{N})\times(+2.0\ \mathrm{m}) = +1.16\times10^2 \fallingdotseq +1.2\times10^2$ J、正の仕事　　(2) 力 Fのした仕事によってボールにエネルギーが与えられている。したがって、(1)の値に等しく　1.2×10^2 J
(3) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times0.145\times v^2 = 1.16\times10^2$ Jとおいて、v＝40 m/s　　ここでp.21問題３７を見よ！この例題と同じ状況を扱っている。

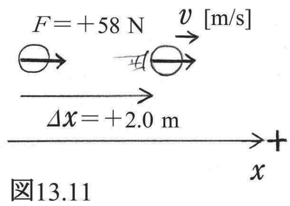


図13.11

<補足２０>　どうして 仕事＝力×変位？

「勝手に 仕事＝力×変位 って定義をしちゃっていいの？」とツッコミを入れて下さい！確かに“自然発生的”に出てくる定義ではないね。でも例えばテコの原理に端的に表されているように(問題７２参照)、仕事をこのように定義しておくと、エネルギーの保存が見事に表現できちゃうんです。「力×変位」が重要だっていうのは、歴史的にも最初から分かっていたんじゃないんだ。だから、この定義は「当然でしょ！」という定義じゃないんで、ツッコミはごもっともなのです。

７２　図13.12で、摩擦や棒の質量が無視できるなら、力 F_Aがする仕事と力 F_Bがする仕事が等しいことをテコの原理を用いて示せ。これは**仕事の原理**と呼ばれている事柄の一例である。テコは「弱い力 F_A」を「強い力　F_B」に増幅する道具だが、エネルギーを増幅させてはいない。エネルギーはＡからＢへとテコを素通りしているとイメージしてよい。

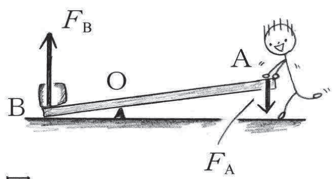


図13.12

７３[考察] 力によるものではないエネルギーの移動の具体例をあげよ。

④（運動エネルギーと仕事の関係)

皆さんは今、こう感じてませんか？･･･「力×変位」を「仕事」と名付けるのは良しとしても、それが「力によるエネルギーの移動を意味する」というのは、まだまだ納得がいかない。

確かにそうでしょう。p.54<補足２０>でも言ったけど、「仕事の定義」自体が少々唐突だし、ましてやエネルギーとの関係となると、根拠としては「テコの原理(p.54問題７２)」の話くらいしかしてないから。

そこで、ここからは「う～ん、なるほど」と納得してもらえる話を始めよう。今まで学習してきた事柄を「エネルギー」というイメージ(アイディア)で表現し直すと、新しい世界が見えてくるので～す！

運動エネルギー「$\frac{1}{2}mv^2$」を、今までに学んだ事柄の中から見つけ出そう。そうすると、仕事の定義「$W=F\Delta x$」とその意味も「なるほどな～、うまくできてるなぁ」と納得できると思う。

例として図13.13のように、質量 m[kg]の旅客機が離陸のために滑走している場面を考えよう。機体はエンジンの推力 F[N]によって加速する。空気抵抗はとりあえず無視する。機体の加速度をa[m/s^2]とすると、機体の運動方程式（p.21(7.5)式）は、運動の向きを正の向きとして

$$a=\frac{F}{m} \qquad \cdots(13.6)$$

一方、機体の初速を v_0[m/s]とし、Δx[m]だけ変位したとき速度を v[m/s]とすると、等加速度運動の公式(p.27 (8.4))より

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \qquad \cdots(13.7)$$

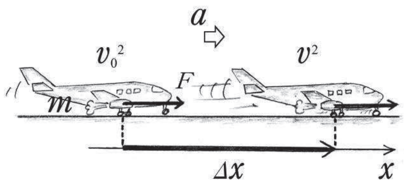


図13.13 推力Fで加速中の飛行機。加速度 a で Δx 変位する間に速度が v_0 から v に変化した。等加速度運動の公式「$v^2-v_0^2=2ax$」を利用するために、v_0、v ではなく v_0^2、v^2 が記入してある。

運動方程式(13.6)式の a を上式に代入して整理すると

運動エネルギーと仕事の関係	$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=F\Delta x$

$\cdots(13.8)$

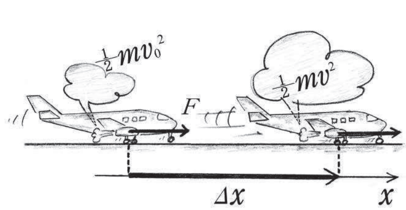


図13.14 飛行機に力Fが加わり Δx だけ変位した。$F\Delta x$ は力Fがした仕事であり、力Fによって機体に与えられたエネルギーに等しい。この解釈から、$\frac{1}{2}mv_0^2$、$\frac{1}{2}mv^2$ は機体の運動エネルギーと呼ぶに相応しいと判断できる。

さて、この関係式は何を語っているのだろうか？！右辺の$F\Delta x$[J]は、力Fがした仕事であり、それだけのエネルギーが機体に与えられたとイメージするなら‥左辺は？

「エネルギーは保存される」のなら、力によって機体に与えられたエネルギーの分だけ機体の運動エネルギーが増加するとイメージするのは自然だろう。だったら、左辺の「$\frac{1}{2}$(質量)×(速度)^2」は「運動エネルギーと呼ぶに相応(ふさわ)しい！」と思いませんか！？そのことを、運動方程式から直接導き出された関係式(13.8)式は、ちゃん

と物語ってくれている。

運動エネルギーの変化量　＝力がした仕事(力によって与えられたエネルギー)

・・・(13.9)

というわけで、$\frac{1}{2}mv^2$を運動エネルギーとし、力がする仕事「$F\Delta x$」を「エネルギーの移動の過程」と解釈することによって、エネルギーの振る舞い(エネルギー保存)がイメージ通りにちゃんと表現されたのである。ちょっと得体の知れない存在だった「エネルギー」が、具体的に計算もできるものになってきたのである！

なお上でも述べたが、この式は運動方程式と等加速度運動の公式(この公式は実は加速度の定義と同等)から導き出されていることに注目しよう。使われている法則は運動方程式のみであり、(13.8)式は「運動方程式をエネルギーで表現した式」とも言える。

＜コラム８＞ エネルギーの故郷(ふるさと)：ニュートンはエネルギーを知らなかった？

エネルギーに関する詳しい議論は、p.55(13.8)式から始まったと言ってよいだろう。だからエネルギーの故郷！ ニュートン以降、多くの人が関わって、エネルギーという考え方(概念)が確立し、応用・発展と共に、その重要性・有用性が認識されて現在に至った。ところで、(13.8)式は完全にニュートンの理論だけからの結論なのだが、ニュートン自身はエネルギーという考えを積極的には使わなかったようだ。「優れた理論は、創った本人を超えていく」とよく言われるが、ニュートンの理論も、その典型例なのかもしれない。・・・でも、もしかするとニュートンは「エネルギー」のような捉え所のない感じのものを使いたくなかったのかも(曰く「われ仮説を作らず」)。

例題２２(基本) 宇宙船の運動エネルギーの増加

無重力の宇宙を 3.0 m/sで進む質量 1000 kgの宇宙船が、推力 25 Nのエンジンを噴射して 100 m進み、そこから推力を50 Nに上げて 50 m進んだ。宇宙船の運動エネルギーは何Jになったか。ただし、宇宙船の質量の変化は無視せよ。

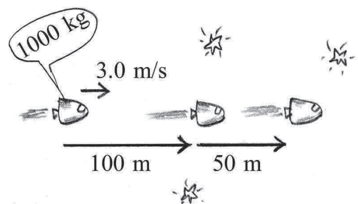


図13.15

例題２２(解) はじめの速度をv_0として、はじめの運動エネルギーは $\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}\times 1000\ \mathrm{kg}\times(3.0)^2 = 4.5\times 10^3\ \mathrm{J}$ 。次に25Nの力が仕事をし、そして50Nの力が仕事をした。どちらの仕事も正の仕事で、宇宙船の運動エネルギーはその

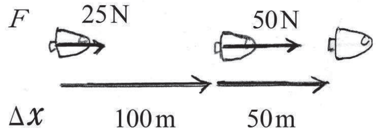


図13.16

分、増加した。最終的な速さをv とすると

$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=25\mathrm{N}\times100\mathrm{m}+50\mathrm{N}\times50\mathrm{m}=5.0\times10^3\ \mathrm{J}$

上式から　$\frac{1}{2}mv^2=4.5\times10^3\ \mathrm{J}+5.0\times10^3\mathrm{J}=\underline{9.5\times10^3\ \mathrm{J}}$

⑤（力の向きと仕事）

今までは、力Fと変位Δxが同じ向きの場合を扱ってきた。幸いに“正しいお作法”のお陰で、両者の向きが違う場合でも同じ関係式、そして同じ考え方が使える。「な〜んだ、おなじじゃん！」と納得してもらえるといいな！

(1) 力と変位が逆向き：負の仕事

急ブレーキをかけた車のタイヤに働く動摩擦力や、投げ上げられて上昇中のボールに働く重力のように、力Fの向きが変位Δxとは逆向きの場合、(“正しいお作法”では) $W=F\Delta x$は負の値になり、力Fのする仕事は「**負の仕事**」と呼ばれる。負の仕事の場合、図13.17の例のように物体は減速していくが、これは力によって物体から運動エネルギーが奪われていることを意味している。

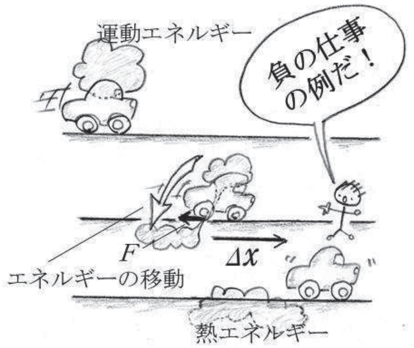


図13.17 車に働く動摩擦力Fは変位Δxと逆向きで、運動を妨げている。力Fがする仕事$F\Delta x$の符号は、座標軸の設定に関係なく負になるので**負の仕事**という。負の仕事は「力によって物体からエネルギーを奪う過程」である。

負の仕事($W=F\Delta x<0$)は、エネルギーを奪う過程　(13.10)

この場合も仕事の定義p.53(13.5)式を用いて仕事を計算してよいし、運動エネルギーと仕事の関係式(13.8)もそのまま使える(証明としてはp.59例題２４を(3)まで解くとよい)。

(2) 力が変位の向きに垂直：仕事＝0 J

図13.18は、力Fと変位Δx(or 速度)が90°の角をなす例である。この場合、<u>力Fの向きへの変位</u>は$\Delta x=0$であり、仕事の定義(13.5)式より、力Fがする仕事は$W=F\Delta x=F\times0=0$である。この場合、力によるエネルギーの移動は生じていない。

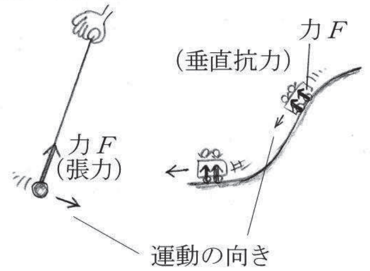


図13.18 振り子の糸の張力や車輪に働く垂直抗力の向きは、運動の向きにつねに垂直である。このような力がする仕事は0であり、エネルギーの受け渡しはしない。

(3) 力 F と変位 Δx とのなす角が30°などの場合：(1) (2)の組み合わせ

図13.19の例のように力 F と変位 Δx の向きが30°などの場合、力 F を２つの成分に分けて考えるとよい。Δx と同じ方向の成分を F_x、Δx に垂直な方向の成分を $F_\perp$ としよう。(2)より $F_\perp$ がする仕事は 0 であり、$F_\perp$ によるエネルギーの移動はない。したがって、エネルギーの受け渡しをしているのは F_x のみであり、力 F のする仕事 W は次式で表される。

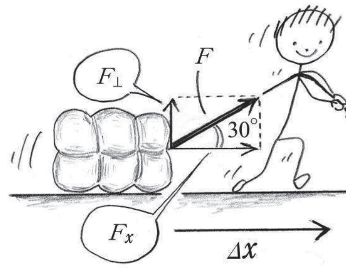


図13.19 力 F が変位 Δx と30°などの角度をなす場合、F の成分のうち変位に平行な成分 F_x のみが仕事をするので、力 F のする仕事は $F_x \Delta x$ となる。

力 F がする仕事　$W = F_x \Delta x$ （$= F \Delta x \cos 30°$）[J]

・・ (13.11)

<補足２１>「$F_\perp$ はエネルギーの受け渡しをしてない」って本当？

図13.20のように、太陽から地球に働く力 F(万有引力) は、公転半径の向きに働き、地球の移動(変位)の向きに対して垂直である。つまりこの力は「$F_\perp$」そのものであり、仕事は(定義より) 0 である。

一方、１年の長さに変化がないことからも分かる通り、地球が公転する速さは変化してない。したがって、力 F は地球の運動エネルギーを増減させてないことが分かる。つまり、$F_\perp$ は確かにエネルギーの受け渡しをしてないのである！

力 F($F_\perp$)の名誉のために一言！：図13.20の力 F($F_\perp$)は地球の運動の向きを変化させている。そういう重要な働きをしてくれているのです！

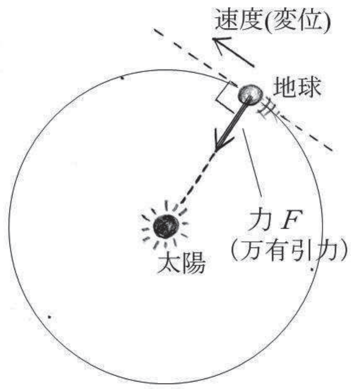


図13.20 太陽が地球を引く万有引力の向きは、地球の運動方向に垂直であり仕事は 0 。エネルギーの受け渡しもしていない。

<補足２２> 変位の成分を用いる方法も時に便利

図13.19とは見方を変えて図13.21のように、力 F の方向への変位を Δh [m]とすると、次の表現が成り立ち、重力がする仕事を扱うときなどに威力を発揮する！(p.60問題７６参照)

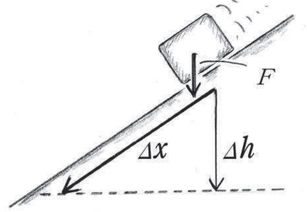


図13.21 荷物が坂を滑り降りている場面。「力 F の方向への変位 Δh」を用いると、力 F のする仕事は $F \Delta h$ となる。力はそのままにして、変位を成分に分ける方法。

力 F がする仕事　W =(力)×(力の方向への変位)= $F \Delta h$ [J]

・・・(13.12)

(13.11)式と(13.12)式の違いは、数学的には、(13.11)式の(　)内の式で $\cos 30°$ を F に掛けて $F\cos 30° = F_x$ とするか、Δx に掛けて $\Delta x \cos 30° = \Delta h$ にするかの違いなのである。

例題２３　仕事の＋－をサッとイメージできるように！

次の(1)～(5)の力のする仕事は正、負、0 のどれか？

(1) 太陽が地球を引く力（万有引力）。

(2) 斜面を降りるときのジェットコースターに働く重力。

(3) (2)において、ジェットコースターに働く摩擦力。

(4) (2)において、ジェットコースターに働くレールからの垂直抗力。

(5) 重量挙げの選手がバーベルを頭上で静止させているとき、バーベルを支えている力。

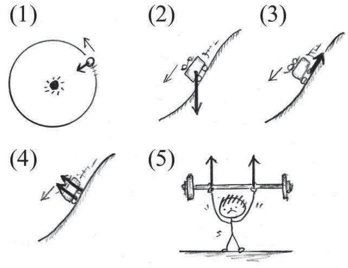


図13.22

例題２３(解)(1) 変位(速度)に対して垂直の向きの力だから：0　(2)力の斜面方向成分が変位(速度)の向きを向いている：正　(3)変位(速度)とは逆向きに働く力：負　(4)変位(速度)に対して垂直の向きの力：0　(5)バーベルの変位 Δx ＝0だから：0　(注)選手は、身体の筋肉を硬くしておくためにエネルギーを消費している。でも、バーベルにエネルギーを与えてはいない。

例題２４ 負の仕事と運動エネルギーの関係を理解

10 m/sで走っていた500 kgの車が、ブレーキをかけ10 m移動して静止した(図13.23)。

(1) 静止するまでに動摩擦力がした仕事は何Jか(＋－を付けよ)。

(2) このときの動摩擦力の大きさは何Nか。

(3) 「エネルギー」を使わずに(2)に答えよ。

ヒント：(13.6)、(13.7)式を使えばよい。

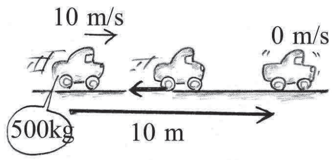


図13.23

例題２４(解)(1)動摩擦力が負の仕事をして車の運動エネルギーをすべて奪ったのだから、動摩擦力は負の仕事をしていて $f'\Delta x = -\frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{1}{2}500\times(10)^2 = \underline{-2.5\times10^4\ \mathrm{J}}$。（運動エネルギーと仕事の式を使うと：運動の向きを正の向きとして　$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}500\times0^2 - \frac{1}{2}500\times(10)^2 = f'\Delta x$、したがって $f'\Delta x = \underline{-2.5\times10^4\ \mathrm{J}}$）

(2) $\Delta x = +10\mathrm{m}$ とおくと　$f'\times10.0 = -2.5\times10^4$ J、$f' = -2.5\times10^3$ N、大きさは $\underline{2.5\times10^3\ \mathrm{N}}$

(3) 図12.24参照。等加速度運動の公式　$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ より $0^2 - (10)^2 = 2\times a\times(+10)$ よって $a = -5.0\mathrm{m/s^2}$、運動方程式より $f' = ma = -\underline{2.5\times10^3\ \mathrm{N}}$

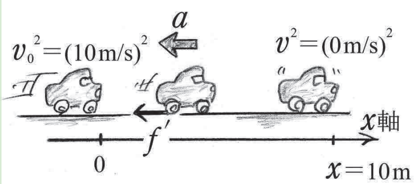


図13.24

例題２５　キャリアーバッグで“お仕事”、いえ物理での仕事

図13.25のように、水平から60°上向きに$F=30$ Nの力を取っ手に加えてキャリーバッグを水平に$\Delta x=20$m移動させるとき、Fがする仕事は何Jか。

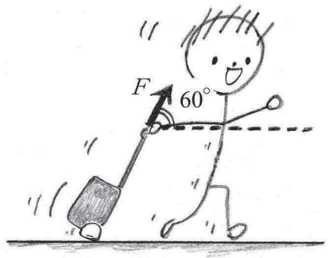


図13.25

例題２５(解)　図13.26参照。力Fの変位Δx方向成分(水平方向成分)F_xは

$F_x = F\cos 60° = 30\text{N}\times\frac{1}{2} = +15\text{N}$。したがって、求める仕事$W$は

$W = F_x \Delta x = (+15\text{N})\times(+20\text{m}) = 300\text{J}$

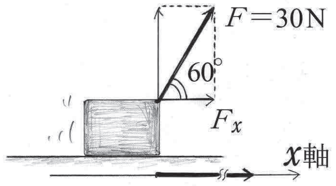


図13.26

７４　図13.27のようにコースターがＡ点から出発してＦ点に達するまでの間、ＡＢ、ＢＣ･･･の各区間において、重力がどのようにエネルギーの移動に関わっていたかを説明せよ。

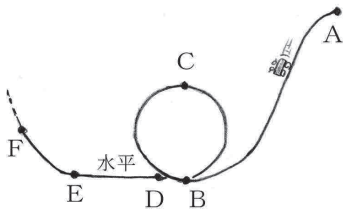


図13.27

７５(個々の力がする仕事) 図13.28のように、水平面で荷物にロープを付けて大きさ50 Nの力(ロープの張力)で水平に引いたが、荷物に働く動摩擦力のために荷物は$v=0.50$ m/sの等速で動いた。ロープの質量は無視する。

(1) ロープの張力および動摩擦力が3.0 sの間にした仕事はそれぞれ何 J か。

(2)[考察] (1)において、荷物をめぐってどれだけのエネルギーがどのように移動したか。

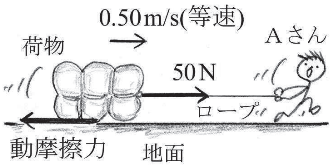


図13.28

７６　図13.29のように、荷物が斜面をＡからＢまで滑り降りる間、荷物に働く重力mgがする仕事を、p.58(13.11)式および(13.12)式に基づいて計算し、両者が等しいことを確認せよ。

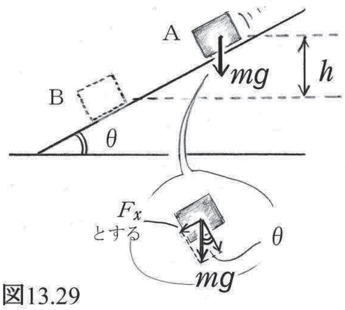


図13.29

<補足２３> ベクトルを学習している人へ

ベクトルを使うなら、仕事はベクトルの内積を使って定義される。それを知っていれば、(13.11)式と(13.12)式の２つの観点が可能なのは、数学的には当然のことだろう。

⑥（仕事率）

単位時間あたりにする仕事の量を**仕事率**という。仕事率の単位は [J/s]＝[W] がよく使われ、ワットと読む。W [J]の仕事をt [s]の間に行ったなら、そのときの(平均の)仕事率 P [W]は次式で定義される。

$$\text{仕事率}\quad P = \frac{\text{仕事}}{\text{所要時間}} = \frac{W}{t} \ \text{〔W〕} \quad \cdots(13.13)$$

「仕事」はエネルギーの移動を意味するから、仕事率はエネルギーの移動率とも言える。実際、単位[W] は、エネルギーの移動率・変換率などの単位としても広く使われている。消費電力のようなエネルギーの消費率[J/s] なども、単位には [W] が用られている（例 30 Wの蛍光灯）。

７７　50.0 kgの人が、地上から 8.0 mの高さの3階までを20.0 sで登った。この人が自分の身体を持ち上げるのに要した仕事は何 Jか。また、このときの平均の仕事率は何Wか。重力加速度を9.8 m/s^2とし、身体を持ち上げるのに要する力は身体にはたらく重力に等しいとして計算せよ。この仕事率は32Wの蛍光灯の消費電力の何倍か。

７８　摩擦のある床の上で、荷物にF[N]の力を水平に加えてv [m/s]の等速で動かしているとき、力Fの仕事率を求めよ。

７９　電力量（電気エネルギー量）を表すのによく用いられる単位「1 kWh（キロワット時）＝10^3W×1時間」は何Jか。また、電気代を1 kWhあたり20円とすると、 1 円で何J の電気エネルギーを買っていることになるか。

１４. 力学的エネルギー保存の法則

「物理昔ばなし」から始まって、慣性の法則、“正しいお作法”、加速度、運動方程式‥‥いろいろあったけど、「エネルギー」ってスゴイって思わない？もちろん、エネルギーが万能ってわけじゃないよ。でも、本当は見えないエネルギーをイメージしちゃって「あっち行ったり、姿をかえてこっちに来たり、でも分量は全然変化しない(保存される)」‥‥それでＯＫなんだもんね。

最後の話題は、ちょっと難しい。力学的エネルギー保存の法則をきちんと導いたりしてみましょう。数学的に難しいんじゃなくて、どれだけ本気でイメージできるかの問題なんだ。でもイメージできると、きっと最高だよ！「えー、エネルギーってかわいい！」「エネルギーが見える眼鏡(p. 52図13. 7)があったらいいなぁ～」って思ったりして(笑)

①（重力の位置エネルギー：保存力)

ちょっと復習！「仕事」と呼ばれる量は「力×変位」で定義されていて、力による「エネルギーの移動」を意味するのだった(p.53)。力と変位が同じ向きなら正の仕事といい、力を受けた物体がエネルギーを受け取る。力と変位が逆向きなら負の仕事といい、力を受けた物体からエネルギーが奪われているとイメージしてよいのだった。

さて、この「仕事とエネルギーの関係」から、重力の位置エネルギーは簡単に導かれる。図14.1のように、m[kg]のリンゴを等速でh[m]持ち上げることを考えよう(A→B)。このときリンゴに働く力は２つある。重力 mg[N]と、リンゴが手から受ける力R[N]だ。等速で持ち上げているから両者は同じ大きさとしてよい($R=mg$)。したがって、A→Bで、力Rがする仕事W_Rは

$$\text{力}R\ \text{がする仕事}\quad W_R = R\times h = mgh\quad [\mathrm{J}]$$

さて、例えば $W_R=1.2$ J だとすると、力R によって、1.2 Jのエネルギーがリンゴに与えらているが、リンゴは等速なんだから、そのエネルギーはリンゴの運動エネルギーにはなっていない。その理由は、このとき同時に重力が負の仕事をしていて、1.2 Jのエネルギーをすべて“吸い取って”いるからなのだ。そこで、“重力が吸い取ったエネルギー1.2 J” は**重力の位置エネルギー**として蓄えられたとイメージしよう(図14.2)。

このイメージは*上出来！*‥‥試(ため)しに、リンゴをＢから初速0で落下させたなら、Ａに達するまでに重力がする仕事は重力×落下距離$=mg\times h=1.2$ J であり、リンゴに1.2 J の運動エネルギーが与えられる。つまり、Ｂでの重力の位置エネルギー1.2 J が、Ａではリン

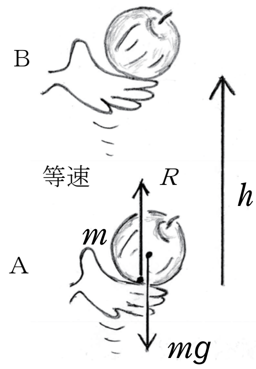


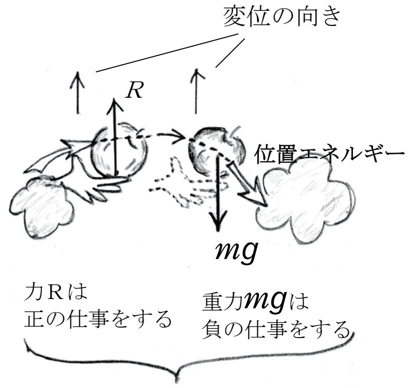
図14.1 質量m[kg]のリンゴを等速でh[m]持ち上げる。力Rはリンゴが手から受ける力だが、等速なので$R=mg$。したがって、力Rおよび重力mg がする仕事は、符号は異なるが絶対値は等しい。*

＊
物理ではよく使用する「等速で持ち上げる」や「ゆっくりと動かす」という表現ですが，これは「力がつりあった状態で移動させる」ということ。力がつりあうということは，運動方程式から加速度は0になる。もちろん止まった状態から動かすので，最初の一瞬は加速度が生じて力はつりあっていないのだが，その部分は見なかったことにして話をすすめている。

ゴの運動エネルギー1.2 J に姿を変えたのだ。エネルギーの移動が起きてるとイメージできるわけだ。

このように考えることにより、基準の位置からh[m]の高さにあるm[kg]の物体は「重力の位置エネルギー」をもち、その値は次式で与えられる(そういうイメージが矛盾なく成り立つ)。

$$\boxed{\text{重力の位置エネルギー}\quad U = mgh \quad 〔\mathrm{J}〕} \quad \cdots(14.1)$$



(注) 図14.1のリンゴを力R用と重力mg用の２つに分けて描いた絵で、本来は１つのリンゴ

図14.2 リンゴを通過(！)するエネルギー。力Rは正の仕事をしてリンゴにエネルギーを与えるが、重力mgは負の仕事をしてそのエネルギーをそっくり“吸い取り”位置エネルギーとして蓄える。

保存力　上述のように、重力のする仕事は、図14.1でＡ→Ｂの過程とＢ→Ａの過程とで、大きさは同じだが符号が逆である。言い換えると、Ａ→Ｂ→Ａのように「一巡する(元に戻る)過程」で重力のする仕事の和は 0 なのである。そしてこの性質があるので重力の位置エネルギー(エネルギーが空間にたまっているイメージ)を考えることができるのである。一巡する過程において、*位置エネルギーとしてため込んだエネルギーが再びすべてはき出される*。

重力に限らずこのような性質をもつ力は**保存力**と呼ばれていて、後述のばねの弾性力や静電気力などがその例であり、それぞれに位置エネルギーを考えることが可能なのである。

８０[考察] 動摩擦力には位置エネルギーを考えることができないことを、保存力か否かの点から説明せよ。*

８１[考察](難) 浮力に位置エネルギーを考えることができること(保存力)を示せ。

＊
【ヒント】A→B で物体を動かして動摩擦力がはたらいたときと，B→A で物体を動かして動摩擦力がはたらいたとき，動摩擦力の仕事はどうなるだろうか？重力のした仕事と比較してみよう。

②（力学的エネルギー保存の法則)

ジェットコースターを例にして、力学的エネルギー保存の法則を「運動エネルギーと仕事の関係：p.55(13.8)式」と p.58(13.12)式を用いて導いてみよう。少し難しいが“正しいお作法”に則って次の例題２６にチャレンジしてみよう。

例題２６　図14.3のように、ジェットコースターがＡ点からＢ点に移動した。車体の質量をm[kg]、Ａ、Ｂ点での速さをそれぞれv_A[m/s]、v_B[m/s]、重力加速度をg[m/s^2]とし、摩擦は無視できるとする。また、鉛直上方を正の向きとしてh軸を設定し(原点Ｏの位置は任意)、Ａ、Ｂ点の座標(位置)をそれぞれh_A[m]、h_B[m]とする。

(1) 車体にレールから働く垂直抗力がする仕事W_Nの値を求めよ。

(2) 車体に働く重力を、符号を付けて表現せよ。

(3) Ａ点からＢ点まで移動する間に、車体に働く重力がす

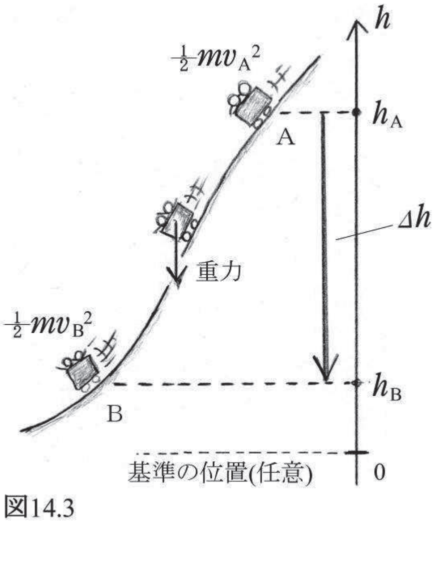


図14.3

る仕事 W_Gをm、g、h_A、h_Bを用いて表せ。

(4) 次の関係式を導き、その内容を説明せよ。

$$\frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2+mgh_B \quad \cdots(14.2)$$

(解)(1) 垂直抗力の向きは変位(速度)に対して垂直だから、仕事は 0 である。$W_N=0$　(2) 鉛直上方を正の向きとしているから $-mg$

(3) この間の鉛直方向の変位(座標の変化)をΔh[m]とすると$\Delta h=h_B-h_A$(図14.3の例では $\Delta h<0$)。重力は鉛直方向に働くから、車体の水平方向の変位は重力がする仕事には関与しないので、鉛直方向の変位のみに着目すればよい(p.58(13.12)式)。したがって、重力がする仕事W_Gは

$$W_G=(-mg)\times\Delta h=(-mg)(h_B-h_A)=\underline{mgh_A-mgh_B}$$

空間に蓄えられていた重力の位置エネルギーの一部が重力を通して物体に与えられたのである。

(4) 「車体の**運動エネルギーの変化**＝車体に働く力がした**仕事**」が成り立つから

$$\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=W_N+W_G=W_G=mgh_A-mgh_B$$

この式から直ちに(14.2)式が導かれる。既に p.50(13.1)式や p.63(14.1)式で示した通り、mgh_A、mgh_BはそれぞれＡ、Ｂ点での重力の位置エネルギーである。(14.2)式は、Ａ、Ｂ点において車体の「運動エネルギー＋位置エネルギー」は不変であることを示していて、力学的エネルギー保存の法則を表現している。

「運動エネルギー＋位置エネルギー」を**力学的エネルギー**という。上の例題２６のように、摩擦などでのエネルギーの散逸が無視できる状況では、力学的エネルギーが保存されるのである。

エネルギーを使った考察は強力！ ジェットコースターの例では、途中にループがあっても気にせずに計算を進めることが出来るのだ。以前に学んだ方法でも原理的には計算できるはずだが、非常に手の込んだものになってしまう。

上の例題２６では、重力の位置エネルギーmghまでもが既習の事柄から自然に導き出された。ここまで来ると、$\frac{1}{2}mv^2$は運動エネルギーと呼ぶに相応しく、mghは重力の位置エネルギーと呼ぶに相応しいと実感できただろう(ダメ？)。そして、ここまでのストーリーの核心は「仕事＝力×変位」「仕事は力によるエネルギー移動」という着想であることも理解できたのではないだろうか。

８２[考察](やや難)図14.4のＡ点を初速なしでスタートしたジェットコースターのＢ点での速さを求めよ。また「Ｂ点を無事に通過するには、Ｃ点より少しでも上の位置からスタートすればよい」と判断してよいか。

８３[考察](やや難)次の「疑問」に答えよ。
「p.63例題２６のＡ→Ｂの過程で、重力がする仕事によって車体の運動エネルギーが増加するのは分かるが、重力は下向きなのに、なぜ車の横向きの速さが速くなるの？」

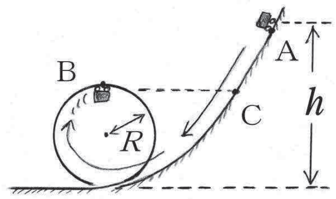


図14.4

③（ばねの弾性エネルギー）

図14.5のように、ばねに台車などを付け、変形(伸び、縮み)させてから放すと、ばねの変形が戻るとともに、ばねに蓄えられていたエネルギーが台車に移り、台車の運動エネルギーとなる。ばねの弾性力も保存力(p.62 ①)の一例なのである。ばねに蓄えられるエネルギー(位置エネルギー)は**弾性エネルギー**と呼ばれている。

ばねの変形(伸び・縮み)が $|x|$[m]のときの弾性エネルギーは次式で計算される(p.66問題８６)。　(注) 図14.5のように、xを座標として用いると負の値にもなり得るのでここでは $|x|$ とした。

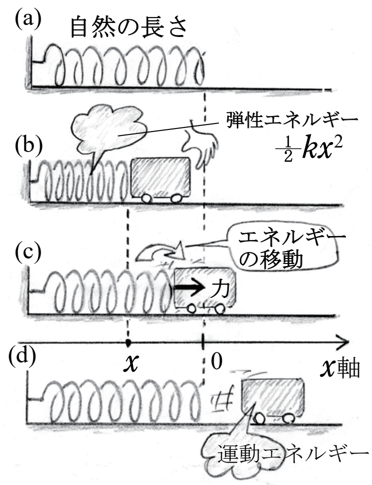


図14.5 (a)ばねが自然の長さ。右端をx軸の原点に設定する。
(b) ばねに台車を押しつけ、ばねをxだけ縮める。
(c) (b)で台車を素速く放すと、ばねが押す力(弾性力)によってエネルギーがばねから台車に移動していく。
(d) (b)で蓄えられていた弾性エネルギーがすべて台車に移動し、台車の運動エネルギーになった。

$$\boxed{\text{弾性エネルギー}\quad U=\frac{1}{2}k\,x^2\quad [\mathrm{J}]}\qquad\cdots(14.3)$$

ただし、k [N/m]はばね定数である(p.46を見よ)。弾性エネルギーを与える　(14.3)式 は、重力の位置エネルギー「mgh」とは、かなり違った形をしている。これは、重力は高さによらず一定と見なせるのに対して、ばねの弾性力はフックの法則(p.46 ②)にしたがって変化するためである。

例題２７　エネルギーとその移動をイメージして解いていこう！

ばね定数k＝49 N/mのばねがある。このばねを水平な台上に置き、一端を固定し他端に質量m＝1.0 kgの台車を押しつけ、ばねを自然の長さから15 cm縮めてから素速く放した。

(1) ばねが自然の長さに戻ったときの台車の運動エネルギーと速さを求めよ。

(2) 運動開始から(1)までの間に、ばねの弾性力がした仕事は何J

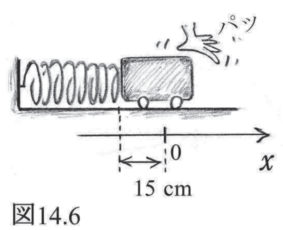


図14.6

か。

(3) ばねが台車に固定されていたら、ばねは最大何cm伸びるか。

(4) (3)において、ばねが自然長から最大の長さになるまでの間に、ばねの弾性力がした仕事は何Jか。また、この力はエネルギーの移動に関して、どのような働きをしたか。

(解)(1) はじめにあった弾性エネルギーがすべて台車の運動エネルギーになるから$\frac{1}{2}\times 1.0\text{kg}\times v^2=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}\times 49\times(0.15)^2=\underline{0.55\ \text{J}}$、　$v=\underline{1.05\ \text{m/s}}$

(2) 「台車の運動エネルギーの変化＝ばねの弾性力がした仕事」で　ある(p.55 (13.8)式)。求める仕事は正の仕事であり、(1)で求めた運動　エネルギーの値に等しい。$\underline{+0.55\ \text{J}}$

(3) ばねが最大に伸びたとき、台車の運動エネルギーは0だから、弾性エネルギーはスタート時と同じ。伸びは $\underline{15\ \text{cm}}$。(今度は、ばねが伸びた状態でエネルギーをためている)

(4) (2)と同様に考えられるが、今度は、弾性力は負の仕事をしている。

$-\underline{0.55\ \text{J}}$　**エネルギーの移動**：台車からエネルギーを奪ってばねの弾性エネルギーとして蓄えている。

８４　p.65例題２７のばねでビックリ箱を作った。図14.7のようにばねを鉛直に置き、その上に60.0 gのボール(硬式のテニスボール)をのせ、ばねが自然の長さから15.0 cm 縮むまで押し縮めてから箱のふたを閉じた。このときのボールの下面の位置をh軸の原点とする。箱を素早く開けたなら、ボールは原点から何cmの高さまで上昇するか（ヒント：ばねと重力の両方が関係している）。

[考察]実際にこの実験を行うと、ボールは計算結果ほどには飛び上がらない。この理由を考えよ。

８５[考察]　(やや難だが意味深長！)ばねを手で伸ばすとき、「ばねを引く力」と「ばねの弾性力(ばねが引く力)」が同時に存在する(作用・反作用)。それぞれの力がする仕事は、何から何へのエネルギーの移動を行っているか。またそのとき、作用・反作用の法則はエネルギー保存にどのように関わっているか。

８６　ばねの弾性エネルギーU [J]を与えるp.65(14.3)式を導出せよ。例えば、ばねを伸ばすのに要する仕事を求める。(p.29問題５０参照)

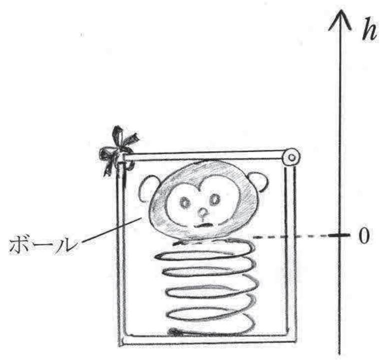


図14.7

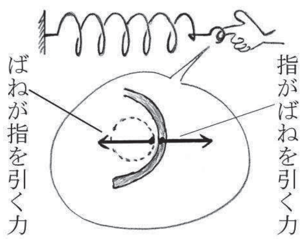


図14.8

＜コラム９＞　地震のエネルギーと弾性エネルギー

弾性エネルギーを与える p.65(14.3)式は、ばねの場合にとどまらず、多くの物体に（少なくとも近似的に）適用することができる。

地震のエネルギーは、地殻などの歪(ひずみ)み(変形)によってたまったエネルギーが放出されてくるものだが、この歪みのエネルギーに対しても、概算としては(14.3)式を当てはめることができる。歪みが 2 倍になるとたまっているエネルギーはおよそ 2^2＝4倍 になると考えてよいだろう。

＜コラム１０＞ 重力の位置エネルギーから時空の歪みへ！！

重力の位置エネルギーが mghで計算されることを知ったが、いったいそのエネルギーはどこに蓄えられているのだろうか。1階から3階に昇った場合、その人の重力の位置エネルギーは増加する。しかし、そのエネルギーがその人の身体に宿っているとは言えないだろう。本人は位置エネルギーを得て“エネルギッシュ”になったと感じないだろう･･･ むしろ多少疲れを感じている。

前にも述べたが、重力の位置エネルギーは空間に蓄えられていると考えておくのが良いだろう。厳密な表現とは言えないのだが、さし当たってそう考えても害はない。人と地球が重力の“見えないばね”でつながっているとイメージするのだ(図14.9)。ばねが伸びれば、そこにエネルギーが蓄えられる。これは直感的イメージとして受け入れられるだろう。それと同様に、重力の位置エネルギーは空間に蓄えられていると考えておくと良いだろう。

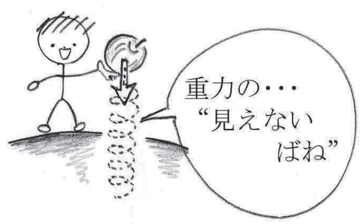


図14.9

ちなみに、重力の原因は空間(正しくは時空)の歪みにあるというのが、アインシュタインの一般相対性理論が教えてくれていることである(ばねの弾性力がばねの変形によって生じるのと似ている)。地球の存在(質量)が時空を歪めているのだ！

でも、･･･空間・時空の歪みなんて本当にあるの？

太陽をはじめ天体の周りの時空の歪みは、光の屈曲という形で既に多数観測されている(アインシュタイン リングなど)。その現象は、未知の天体を見つけ出す手段としても使われている。また、ケータイ・スマホなどのGPSシステムは、複数の人工衛星からの信号(図14.10)をもとに位置の計算しているが、その際に地球の周りの時空の歪みもちゃんと考慮しているのである(衛星内より地上のほうが時間の進みが遅い)！

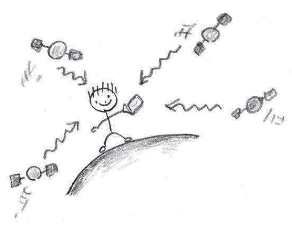


図14.10

空間が歪めば、例えば平面に描いた三角形の内角の和が厳密には180° ではなくなったりする。地球上での空間の歪みは極めて小さいので、現時点ではそれを直に測定する(絶対測定)のは技術的に不可能だが、「重力波の初検出(2015～2016)」は空間の歪みの「変動」を見事に捉えたのだった(相対測定)。

「力と動き そしてエネルギーへ」問題略解(抜粋) ＜詳しい解説は Web サイトで＞

１　星や太陽、月の日周運動がまさに円運動であること、天体が円形であること、そして、円が図形として完全に整っているという印象から、天の世界(あるいは神の世界)の基本的デザインにふさわしいと考えたのではないか･･･

２　そもそも、地球が動いているという感じがしない！･･･馬車でも船でも動けばすぐに分かる。地球が公転しているならかなりの高速になるが、もしそうなら、なぜ飛び上がった人が置き去りにされないのか！

３　等速直線運動をし続ける天体は、無限に広がる宇宙(空間)というイメージにつながるが、当時「無限に広がる宇宙」はきわめて異端な発想であった。このことも「等速直線運動」を考えなかったことに関係しているだろう。

６　バスが発進するとき、乗客は静止の状態を保とうとしているが、バスの床が乗客の足を引っ張って（摩擦力により）いくことになり乗客は倒れる。急停止する場合は、乗客が同じ速度を保とうとしているのに、バスの床の速度が遅くなり、乗客は「つんのめる」ことになる。

７　車が何かに衝突して車体が急に止まった場合、シートベルトをしてないと、搭乗者は前と同じ速度を保とう(慣性)とし、フロントガラスを破って車外に飛び出してしまうこともある。

８　乗客は静止の状態を保とう(慣性)としているが、飛行機は動きだし、急激に速度を増していく。座席が乗客を押すことになるのだが、乗客は機体を基準にして状況を判断し(感じ)、自分が座席に押しつけられていると感じる。

９　バスが右にカーブした場合、乗客は等速直線運動を続けようとするので、バスの左側面が乗客に左側から近づいてくる！乗客は、バスの中の出来事はバスを基準にして見るのが普通だから、バスの中で自分が左向きに（カーブの外向き）に動き出したと判断する(感じる)。これを、遠心力が働いて身体が動き出したと解釈している(感じている)のである。

１６　1.0×10^4 ｷﾛ力／m^2（kgw/m^2）＝ 1.0 ｷﾛ力／cm^2（kgw/cm^2）

１７　(1) 10^3 ｷﾛ力(kgw)　(2) 1.0 ｷﾛ力/cm^2(kgw/cm^2)、約 1 atm（1 気圧）(実際は大気圧が加わっているから 2 気圧)。

１９　60°

２３　同じ速さで左右に別れていく。

２４　この場合、作用と反作用が一つの物体(身体)に働いている。したがって、両者は打ち消し合ってしまう。

２５　作用 F と反作用 F' の作用点は異なる場所にある。この場合、F' は足に働き、F は地面に働く。歩くとき、身体に働くのは F' のほうで、この力が身体を動かす元となる。一方、F は「地球を動かして」いることになる（地球の質量は非常に大であり、実質的には動かないが）。

２７　北緯、東経、高さ

２９　400 m/s^2

３０　29 m/s、約 110 km/h

３３　運動している向きを「正の向き」と設定した場合。

３５　10 倍

３７　58 N、約 6 ｷﾛ力(kgw)

３８　8.75×10^5 N、8.9×10^4 ｷﾛ力(kgw)＝ 89 ﾄﾝ力（機体の重さを支えるだけの力 350 ﾄﾝ力は必要ないところに注目！）

３９　5.0 N

４０　490 N

４１　月：8.5 ｷﾛ力(kgw)、太陽：1400 ｷﾛ力(kgw)

４３　間違え

４４　4.9 m/s^2

４８　(1) 1.7 s　(2) 17 m/s（約 60km/h）

４９　100 m/s

５１　$\mathbf{v}_0 = 15$ m/s

５２　下向きに g（重力加速度）

５３　(a) 瞬間の速さ　(b) 平均の速さ

５４　平均の速さ：7.5 m/s、平均の速度：0 m/s

５５　3.4 km/h、3.0 km/h

５６　(1) 省略 (2) ＋ 4.0m/s、＋ 5.0m/s　(3) － 4.0m/s、－ 3.0m/s　(4) 320s

５５　「同じ」

６６　(1) $\mathbf{k}_2 = 0.16$［N･s^2/m^2］　(2) 64 N ＝ 6.㌔力（kgw）

６７　(1) 20 N/m　(2) 10 cm、10 N/m

６８　重い方に振れる。

６９　浮く。

７３　熱の移動

７５　(1) ＋ 75J、－ 75J　(2) 75J のエネルギーが荷物を通過。

７７　約 200 W、約 6 本分

７８　$F\ \mathbf{v}$ [W]

７９　3.6×10^6 J　、1.8×10^5 J

８２　$\sqrt{2g(\mathbf{h} - 2R)}$。　後半：「そう判断して」はいけない。

８４　94 cm

物理はお友達Ｉ　解答(2017.4 版)

１．星や太陽、月の日周運動がまさに円運動であること、天体が円形であること、そして、円が図形として完全に整っているという印象から、天の世界(あるいは神の世界)の基本的デザインにふさわしいと考えたのではないか･･･

２．そもそも、地球が動いているという感じがしない！･･･馬車でも船でも動けばすぐに分かる。地球が公転しているならかなりの高速になるが、もしそうなら、なぜ飛び上がった人が置き去りにされないのか！

３．等速直線運動をし続ける天体は、無限に広がる宇宙(空間)というイメージにつながるが、当時「無限に広がる宇宙」はきわめて異端な発想であった。このことも「等速直線運動」を考えなかったことに関係しているだろう(ちなみに、G.ブルーノ(16Ｃ)は宇宙は無限に広がっていて太陽は夜空の星々と同じ存在だ、という主張を押し通し、異端審問により火刑に処されたという)。

４．「くだけた」という理由：静止または等速直線運動(の状態)を「保とうとする」という部分がくだけている。保とうと“努力”している、“頑張っている”というニュアンスがあり、静止・等速直線運動を維持させている主体(原因)の存在を暗示している。なお、「慣性の法則がはたらいて動き続ける･･･」もよく使われる表現だが、これも同様の意味でくだけた表現と言えるだろう。ただし「くだけた表現」も、そうと分かって使う分には問題ない。

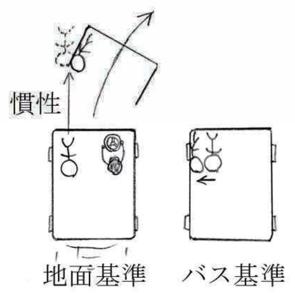
５．p.4の「動くものは動かすものによって動かされる(アリストテレス)」が如何に“自然”かを感じる体験です(笑)！

６．バスが発進するとき、乗客は静止の状態を保とうとしているが、バスの床が摩擦力によって乗客の足を引っ張っていくことになり乗客は倒れる。急停止する場合は、乗客が同じ速度を保とうとしているのに、バスの床の速度が遅くなり、乗客は「つんのめる」ことになる。

７．車が何かに衝突して急激に止まった場合、シートベルトをしていないと、搭乗者は前と同じ速度を保とう(慣性)とし、フロントガラスを破って車外に投げ出されるという事故も発生する。

８．乗客は静止の状態を保とう(慣性)としているが、飛行機は動きだし、急激に速度を増していく。座席が乗客を押すことになるのだが、乗客は機体を基準にして状況を判断し(感じ)、自分が座席に押しつけられていると感じる。

９．バスが右にカーブした場合、乗客は等速直線運動を続けようとする(慣性)が、バスが“勝手に(?!)”左側から乗客に近づいてくる！乗客は、バスの中の出来事はバスを基準にして見るのが普通だから、バスの中で自分が左向きに（カーブの外向き）に動き出したと判断する(感じる)。これを、遠心力が働いて身体が動き出したと解釈している(感じている)のである。



　異常なもの(バス)を基準にすると正常なもの(慣性)が異常(身体が動く)に見えてくる！とも言える。

１０．単に相手に向かって(真横に)投げればよい。投げる前にボールは選手と同じ速さで進んでいて、手から離れた後もボールはその速さを保つからである。(注)飛んでいる間の空気抵抗を考慮すると、少し前方に投げる必要はあるかも･･･試してみてくださ～い！

１１．スケボーに乗っている人の立場で真上に飛び上がれば、飛び上がっている間も人とスケボーは水平方向に同じ速さで移動するから、再びスケボーの上に乗る。前方に飛ぶと、ボードを後ろに蹴ることになり、ボードのスピードが落ちるし、人はほんのちょっとスピードアップする。

１２．地上に対して等速直線運動をしている電車の中に立っている人は、電車と同様に地上に対して等速直線運動をしている（この時、この人には水平方向に力は働いてない）。飛び上がっている間、そ

の人には水平方向に何も力は働かないからこそ、飛び上がっている間、水平方向の移動速度は変化しない。したがって、この人と電車は、水平方向に関して位置はずれない。

１３．短い時間なら人工衛星も等速直線運動をしていると見なしてよい。飛行士も宇宙船と同じ速度をもち、それを保とうとするから、船外に出ても飛行士は宇宙船と同じ動きをする･･･つまり、宇宙船から離れない。(飛行士も“人工衛星”になっていると考えればよいのだが)

１４．ピンポン球は水槽の動きを追うように同じ向きに動く。これは[実技]にすべきだった！実際に見ると、理屈は分かっていても十分に“不思議”な感じがする。いま、水槽を右向きに動かしたとしよう。水は止まっていようとするので、水槽の左側の水面が上昇する(水面が斜め(右下がり)になる)。すると、ピンポン球の左側に加わる水圧が右側より高くなり、ピンポン球は右側に動く。(**補足**)ピンポン球の密度が水より小なので、ピンポン球の慣性が水より小であることも重要。

１５．1 kgの物体に地表付近で働く重力の大きさ。また、それに等しい大きさの力。
1 キロ力(kgw)≒10 N

１６．1.0×10^5 N/m^2≒1.0×10^5 (0.1 キロ力)/m^2＝1.0×10^4 キロ力/m^2＝1.0×10^4 キロ力/(100cm)^2
＝$1.0\times10^4\times10^{-4}$ キロ力/cm^2＝<u>1.0 キロ力/cm^2</u>　小指の爪ほどの所に水１リットル入りのペットボトル(約 1 kg)をのせたのと同程度！

１７．(1)　1 m^3＝10^6 cm^3，この水の質量は1.0 g/cm$^3\times10^6$ cm^3＝10^6 g＝10^3 kg(1 トン！)，したがって、これに働く重力は <u>10^3 キロ力</u>　(1 トン力)

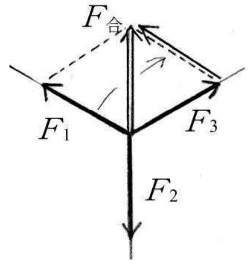
(2)　底面積1 m^2，高さ10 m の「水の柱」を考える。求める水圧は、この「水の柱」の重みという感じ。この「水の柱」の質量は10^3 kg×10＝10^4 kg、したがって、求める圧力は

10^4 キロ力/m^2＝10^4キロ力/(100cm)^2＝$10^4\times10^{-4}$キロ力/cm^2＝<u>1.0 キロ力/cm^2</u>。

10^4 キロ力/m^2≒10^4 (10N)/m^2＝10^5 N/m^2≒<u>1 atm </u>(1 気圧、問題１６参照)　実際は大気圧が加わっているから水圧は 2 気圧。

１８．「矢に沿って歩いたら元に戻った」

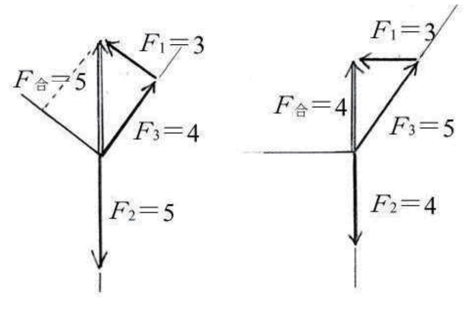
１９．この問題は[実技]にすべきだった！



直感：何となく･･･<u>60°</u> じゃない？「おもりがぶら下がっている」というのは考えないで(重力の向きは意識せず)、単に「結び目に同じ大きさの力が 3 方向に働き、つり合って静止している」と見るなら、隣り合った糸のなす角はみな同じはず(違いが生じる理由がない)。だったらその角度は360°÷3＝120°。で、図14.14の状況は左右対称だから、求める角度は60°。

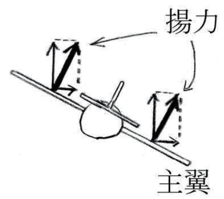
力の合成・つり合い：右図のように、糸が引く力F_1＝50 g力(gw)とF_3=50 g力(gw)の合力を$F_{合}$とする。$F_{合}$ はF_2＝50 g力(gw)とつり合っているはずだから、$F_{合}$＝50 g力(gw)である。右図のように、F_1の矢をF_3の矢の先端へ平行移動させれば、F_1、F_3、$F_{合}$の力の矢がつくる三角形は正三角形になることが分かる。したがって、求める角度は60°である。

２０．この問題も[実技]にすべきだった！答えは右図。問題１９解答の図と同様に扱って、F_2は鉛直下向き。そして、力F_1、F_3の合力$F_{合}$に注目！$F_{合}$とF_2のつり合いを考えると、$F_{合}$は鉛直上向きで、$F_{合}$＝F_2のはず。したがってF_1、$F_{合}$、F_3の矢が作る三角形は、辺の比が 3：5：4 および 3：4：5 の直角三角形になっている。



物理はお友達Ⅰ　解答(2017.4 版)

２１．機体の進行方向を曲げるのに、主翼に働く揚力を利用している。揚力は主翼に垂直に働くが、機体を傾けることによって、揚力の向きが鉛直上向きから傾き、水平方向の分力(成分)が現れる。この分力を使って機体の進行方向を変化させている。(**補足**)このとき同時に機体を鉛直方向に支える力は小さくなるから、それに応じたた操作が必要となる。



２２．同時に働いている。作用と反作用のペアの作用点はそれぞれ別の場所にあるから、それらが同じ物体(一体となった物体)にあればつり合う(問題24参照)が、別の物体にあれば、つり合う力にはならない(問題23、25参照)。

２３．Ｂさんが受ける力を作用とよぶと、反作用はＡさんの手が受ける力である。この力のペアは互いに向きが逆だが同じ大きさの力である。Ａさん、Ｂさんの質量は同じで、同じ大きさの力が同じ時間だけ働くのだから、"物理的(力学的)"には左右対称の状況であって、ＡさんとＢさんは同じ速さで左右に別れていく。「パンチを受けたＢさんだけが吹っ飛ばされる」のではない！

２４．この場合、作用と反作用のペアが１つの物体(身体、頭と手)に働いている。したがって、両者は打ち消し合って身体を動かすような力にはならず、体重計は反応しない。

２５．作用と反作用のペアの作用点は、異なる場所にある。この場合、作用反作用のペアの一方は足に働き、他方は地面に働いている。足に働く力が身体を動かす元になるが、地面に働く力はいわば「地球を動かして」いることになる！ただし、地球の質量は身体の質量に比べて非常に大であり、実質的には地球は動かない(p.19 ②(質量と慣性)も参照のこと)。

２６．たとえば右図のように、ローラースケートをはき、右手に強力な磁石、左手に弱い磁石を持ちＮ極どうしを近づけ、弱い磁石を前方、強力な磁石を後方に構える。もし、弱い磁石のＮ極に働く力のほうが、強力な磁石のＮ極に働く力より強ければ、身体は前方に動き出す･･･外から力が働かないのに！おお、慣性の法則の否定！　でも、実現すればとっても便利(笑)

２７．「北緯」「東経」、さらにマンションなどの場合のために「高さ」の３つの数値。日常生活での実用面では不便かもしれないけれど、確かに単純ではある。もっとも、北緯・東経の数値はかなり細かくなるので、その点でも人間向きではなくＡＩ向きかな(笑)

２８．これ、意外といいですヨ！加速度の話題に出会ったら、是非やってください。

２９．加速度 $a = \dfrac{40\ \mathrm{m/s} - 0\ \mathrm{m/s}}{0.10\ \mathrm{s}} = \dfrac{40\ \mathrm{m/s}}{0.10\ \mathrm{s}} = \underline{400\ \mathrm{m/s^2}}$　重力加速度の約40倍！大きいですネ。

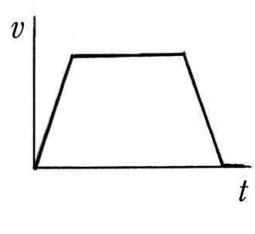
というか、0.10 sという短時間で40 m/s＝144 km/h のスピードになるっていうのがスゴイですネ。もちろん、手の動きがそうなっているっていうことです。

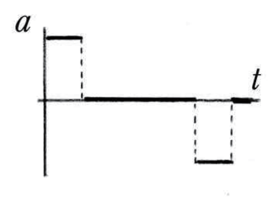
３０．1 秒間あたりの速度の変化量が加速度(m/s^2)だから

求める速さ＝9.8 m/s^2×3 s＝29.4≒<u>29 m/s</u>．29.4×3.6＝106≒110 km/h･･･かなり速い！

３１．多分ご想像通り、チーターは代表格のようです。ただし、ごく短時間ならメダカのようなごく小さな動物の加速度はかなり大きいようです(p.19 ②(質量と慣性)参照)。

３２．右図の通り。問題文にもある通り「$x-t$グラフに引いた接線の傾きが、その時刻での瞬間の速度に等しい」ので、速度ははじめ徐々に速くなり、その後しばらく一定の速度が続くが、次に徐々に遅くなって最後に静止する。速度 v は位置(座標) x の変化率とも言え

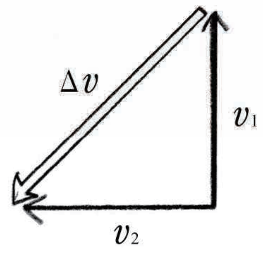




るが、加速度は「速度の変化率」だから「$v-t$グラフに引いた接線の傾きが、その時刻での瞬間の加速度に等しい」のである。

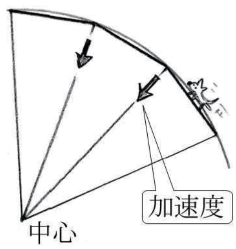
３３．進行方向(速度の向き)を正の向き(＋の向き)と設定した場合。是非、図6.4～図6.8でチェックしてみてください。とてもいい学習になりますヨ！

３４．右図のように速度追跡図を描く。はじめの速度 v_1 の矢が北向き、あとの速度 v_2 の矢が西向きで「v_1の矢の先端から v_2の矢の先端へと結んだ新たな矢は、速度の変化Δv の矢」であるから、<u>速度の変化は南西の向き</u>。速度の変化Δvの向きをその時の加速度の向きと定義しているから、<u>加速度も南西の向き</u>。



(補足)「加速度の向きは、つねに働く力の向きに一致する」を確かめてみよう。図6.10で角を曲がるとき、犬には南西の向きの力が働いているはずである。作用反作用の法則から、このとき犬は北東の向きに地面を蹴っているはず。そう、皆さん！皆さんが角を曲がるとき、地面や床をどのように足で押すか、あるいはどの向きに身体を傾けるかを実際に確かめてみてください！きっと納得がいきますヨ。

推論：図6.10の結果を一般化すると、等速で角を曲がるとき「角の角度を2 等分する角度の向き(図6.10の場合は45°)」に加速度が生じると言える。そこで右図のように、円運動の軌道を非常に細かい**正**多角形と見なすなら、等速での円運動の加速度の向きは、円の中心方向を向いていることになる。



３５．運動方程式「 $a \propto F／m$ 」において、力F が同じ(同じエンジン)だから $a \propto 1／m$ つまりこの場合、加速度は質量に反比例する。子どもの質量は力士の 1／10 だから、子どもの加速度$a_{子ども}$ は力士の加速度$a_{力士}$ の<u>10倍</u>になる。$a_{子ども}＝10\, a_{力士}$

３６．**定義**：p.20(7.4)　**目的**：運動方程式p.18(7.1)式の比例定数を$k＝1$ にすること。

３７．加速度は $a＝\dfrac{40\ \mathrm{m/s}}{0.10\mathrm{s}}＝400\ \mathrm{m/s^2}$、力$F＝ma＝0.145\ \mathrm{kg}×400\ \mathrm{m/s^2}＝$<u>58 N</u>＝58×(1／9.8) キロカ(kgw) ≒<u>6 キロカ(kgw)</u>　5 kgのお米だって、手の平にのせて腕を水平にするのは大変でしょう。0.10 sという短時間とはいえ、投手は 6 キロカ(kgw)の力をボールに加えている。大きな負担でしょうね！

３８．エンジンの推力$F＝ma＝350×10^3\ \mathrm{kg}×2.5\mathrm{m/s^2}＝$<u>$8.75×10^5$ N</u>$＝8.75×10^5×(1／9.8)$キロカ(kgw) $＝8.9×10^4$ キロカ(kgw)＝<u>89 トン力</u>　機体を支える力は 350 トン力だが、それよりずっと小さい。エンジンの推力は機体を加速するのに使っている力で、機体を支えている力は、主翼が空気から受けている力(揚力という)なのです。問題２１参照。

３９．摩擦力は、運動とは逆の向きに働いている(運動を邪魔する力！)。摩擦力の大きさ(絶対値)をf [N]とすると、荷物の運動方程式「$m\,a＝F$」は（運動の向きを正の向きとして）

$5.0\ \mathrm{kg}×3.0\ \mathrm{m/s^2}＝20\ \mathrm{N}＋(-f)$　∴　$f＝$<u>5.0 N</u>

４０．重力$W＝mg＝50×9.8＝490$ N　**(注)** 重力(万有引力)は物体の運動状態には関係しないことが分かっていて、物体が落下している時と静止していると時とで、働く重力の大きさは変わらない。

４１．月では $W_{月面}＝mg_{月面}＝50_{\mathrm{kg}}×(0.17×9.8\ \mathrm{m/s^2})＝83.3\ \mathrm{N}＝83.3／9.8$ キロカ(kgw)＝<u>8.5 キロカ(kgw)</u>
なお、重力の大きさをキロカ(kgw)の単位で表したい場合は、質量に kg、加速度に G の単位を用るとよい（1 G＝9.8 m/s^2、p.23<補足12>参照）：$W_{月面}＝mg_{月面}＝50\ \mathrm{kg}×0.17\ \mathrm{G}＝8.5$ キロカ(kgw)
太陽では･･･$W＝mg_{太陽}＝50\ _{\mathrm{kg}}×28\ _{\mathrm{G}}＝1400$ キロカ(kgw)　←50 kgの人で、なんと1.4 トンカ！

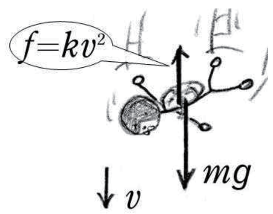
４２．力 $F = ma = 1.0\ \mathrm{kg} \times 9.8\mathrm{m/s^2} = 9.8\ \mathrm{N}$
地表付近で物体を落下させると、その加速度は約 $9.8\ \mathrm{m/s^2}$だから、物体の質量が 1 kgなら、働く重力は 9.8 N。一方、この力は 1 キロカ(kgw)の定義に一致しているから 1 キロカ(kgw)＝9.8 N

４３．間違え。台車とおもりは、それぞれの加速度の向きは違うが大きさはつねに同じだから、両者を一体として考えよう(p.21例題６(1)参照)。102 gのおもりに1.0 Nの重力が働くのは確かだが、この力によって「おもり＋台車」を動かしている(ここでは糸の質量は無視している)。つまり質量 $m=$ $1.0\ \mathrm{kg} + 0.102\ \mathrm{kg} = 1.102\ \mathrm{kg}$の物体を加速している。したがって加速度 a は

$$a = \frac{1.0\ \mathrm{N}}{1.102\ \mathrm{kg}} = 0.907 \fallingdotseq 0.91\ \mathrm{m/s^2}$$

４４．許容限界の荷物の質量をm_0とすると、それに働く重力は $m_0 g = 3.0\ \mathrm{kg} \times 9.8\ \mathrm{m/s^2} = 29.4\ \mathrm{N}$　つまり「29.4 Nの力が紙袋の底に加わると破れる」と言い換えることができる。例題７と同様に質量m[kg]の荷物が袋から受ける力をR[N]とすると、荷物の運動方程式は $ma = R - mg$． 袋の底が荷物から受ける力をR'[N]とし、$R' = R = mg + ma = 2 \times 9.8 + 2.0a = 29.4$ N とおいて、$a =$ 4.9 m/s²

４５．大きな雨滴やスカイダイバーの場合、問題文に記したように $f = kv^2$ である。質量 m のスカイダイバーの運動方程式は、速度 v のときの加速度を a 、鉛直下方を正の向きとして $ma = mg - kv^2$ である。したがって



$$a = g - \frac{kv^2}{m}$$

v がある値に達するまでは $a > 0$　であり速度 v が増すが、v の増加に伴って、a の大きさは減少していく(速度の増し方が鈍くなる)。a が減少して $a = 0$ に達すると、速度 v は変化しなくなり等速で落下していく。これが終端速度である。(補足) 数学的には「$a=0$ に達する」ではなく「$a=0$に限りなく近づく」という表現になる。ただし、現実的には $a=0$ になってしまう。

４６．「この物体の質量が1 kg！」という物体、即ち「キログラム元気」でなく「キログラム原器」がパリ郊外の国際度量衡局に保管されていて、日本にもそれのレプリカがある。キログラム原器は白金・イリジウムその他の合金でできている。その質量が、定義として1.0000000000000000‥‥‥ kg。
ただし、もっと洗練された定義が現在、さかんに研究・議論されている。

４７．普段、「質量の大小」と「重い、軽い」は同じ意味と見なされることが多い。そう見なしていても、日常生活ではほとんど支障はないのが実情である。しかしそれは質量の正確なイメージではない。「質量とはなにか」について、いろいろ議論することはとても有意義だが、あまり本質論になってしまってはつかみ所がなくなる。まずは論点の一つとして、質量の違いが「どのような現象として現れるか」に注目するのが良いだろう。p.19：②(質量と慣性)の記述が役に立つと思う。

４８．ボールが手から離れたところを原点とし、鉛直下方を正の向きとして y軸を設定する。
(1) 「$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$」を使い、$x$ を y に、$v_0 = 0$ m/s、$a = g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$とすると、次式が成り立つ。

$$y = \tfrac{1}{2} g t^2 = \tfrac{1}{2} \times 9.8\ \mathrm{m/s^2} \times t^2 = 14\ \mathrm{m}\ \therefore\ t = \sqrt{2.86} = 1.69 \fallingdotseq 1.7\ \mathrm{s}$$

(3) 「$v = v_0 + at$」を使い、$v_0 = 0$ m/s、$a = g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$とし、(1)で求めた $t = 1.69$ sを用いて

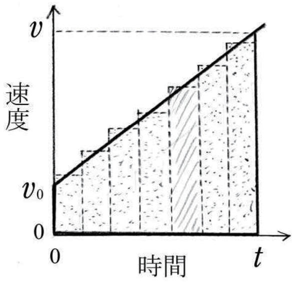
$$v = gt = 9.8\ \mathrm{m/s^2} \times 1.69\ \mathrm{s} = 16.6 \fallingdotseq 17\ \mathrm{m/s}$$（約60km/h）

４９．落下し始めの位置を原点とし、鉛直下向きを正の向きとして y 軸を設定する。

「$v^2-v_0{}^2=2ax$」を使ってみよう。$v_0=0$ m/s、$y=+500$ m、$a=g=9.8$ m/s^{2}として

$v^2-0^2=\ 2gy=2\times9.8\times500=9.8\times10^3$　∴ $v=\sqrt{9.8\times10^3}=\underline{99.0\text{ m/s}}$　約100 m/s！　空気抵抗を無視しているので、もの凄く大きな値。これでは、雨の日はヘルメットが必要･･･。実際は10 m/s～20 m/s程度。　(注)500 m落下する時間を求め、その間に速度がどうなるかを計算してもよい。

５０．p.29図8.9のように等加速度運動を“階段状加速度運動”に置き換えると、各ステップは等速運動だから、右図の斜線部分の面積「速度×所要時間(ステップ幅)」はその間の移動距離に等しい。したがって、右図の点々部分(斜線部分も含める)の面積は時間 0～ t での移動距離に等しい。さてそこで、本来の $v-t$ グラフに重なるようにしながら、階段をう～んとう～んと細かくしていったなら･･･「もう、目で見る分には $v-t$ グラフといっしょになっちゃってる！」というふうになるでしょう。でも「階段」なのです！だったら、$v-t$ グラフ(直線)を一つの辺とする右図の「台形」の面積が移動距離に等しいことになる。最後の仕上げとしては、「どうやって検査しても $v-t$ グラフとの違いが絶対に分からない」という極限的細かさの“階段”にすればよい。これは数学で学習する「微積分」の基本的考え方の例です。



(補足) 微積分を既に学習している人へ：問題86の解答(補足)(2)の方法を使ってみてください。

５１．ボールが手から離れた点を原点とし、鉛直上方を正の向きとする。「$v=v_0+at$」を使い、$a\fallingdotseq-g\fallingdotseq-10$ m/s^{2}とする。$t=1.5$ sで最高点に達し、そのときの速度が $v=0$ m/sで、v_0 が求める速度である。

$v=v_0+(-g)t=v_0+(-10)\times1.5=0$ が成り立ち　∴　$v_0=\underline{15\text{ m/s}}$

(注) 「最高点」を文字通りに受け取るのでなく、このように「速度が 0 になる点」と言い換えると計算が単純になる。

５２．最高点においてもボールには重力が働いているから、運動方程式よりボールの<u>加速度は下向きに重力加速度g</u>である。

向きについて、p.16②(加速度の向き)**速度追跡図からの考察**：最高点の直前の速度v_1は上向き↑、直後の速度v_2の向きは下向き↓だから、速度の変化Δvは下向き⇩で加速度aも下向き（直前と直後の時間間隔を限りなく 0 に近づけたとしても同じ結論になる）。

５３．(a) <u>瞬間の速さ</u>　そうなんです、一瞬でも40 km/hを超えればスピード違反ですョッ！

(b) <u>平均の速さ</u>　100 m進むのに要する時間を競っているのであって、瞬間的な最高スピードではないです。･･･瞬間の速さを競う競技があってもおかしくはないですネ！現在では技術的にいって十分に測定可能でしょう。

５４．**平均の速さ**：最高点からの落下時間も1.5 sだから、最高点の高さをh [m]とすると

$h=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times10\text{ m/s}^2\times(1.5)^2=11.25\text{ m}$

したがって、往復の移動距離をL[m]とすると　$L=2h=22.5$ m、所要時間は $t=1.5\text{ s}\times2=3.0$ s

平均の速さは　$\bar{v}=\dfrac{\text{移動距離}}{\text{所要時間}}=\dfrac{L}{t}=\dfrac{22.5}{3.0}=\underline{7.5\text{ m/s}}$

平均の速度：ボールは往復して元に戻ってきたから、その間の変位をΔyとすると　Δ$y=0$ m

したがって、平均の速度は　$\bar{v}=\dfrac{\Delta y}{t}=\dfrac{0\text{ m}}{3.0\text{ s}}=\underline{0\text{ m/s}}$

５５．往復での移動距離はL＝12 km×2＝24 km。所要時間は、往きが12 km÷4.0 km/h＝3.0時間，帰りが12 km÷3.0 km/h＝4.0時間。したがって平均の速さ $\bar{v}$ は

$$\bar{v} = L \div t = 24\ \text{km} \div (3.0+4.0)_{\text{時間}} = 24 \div 7.0 = 3.43 \fallingdotseq \underline{3.4\ \text{km/h}}$$

Ｑ町で 1 時間休んだなら $\bar{v} = L \div t = 24\ \text{km} \div (3.0+1.0+4.0)_{\text{時間}} = \underline{3.0\ \text{km/h}}$

(補足) 往きの速さと帰りの速さを足して2で割った

$$\bar{u} = \tfrac{1}{2}(4.0\ \text{km/h} + 3.0\ \text{km/h}) = 3.5\ \text{km/h}$$

も、ある種の平均であることには相違ない。しかし、物理での「平均の速さ $\bar{v}$ 」は「移動距離÷所要時間」で定義されているので、$\bar{u}$ とは違った値になる。この点をもう少し詳しく見てみよう。

平均の速さの計算式を少し書き直すと

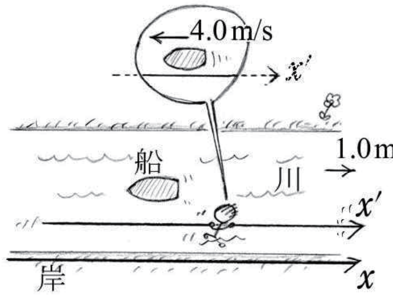
$$\bar{v} = \frac{4.0\ \text{km/h} \times 3.0\ \text{時間} + 3.0\ \text{km/h} \times 4.0\ \text{時間}}{3.0\ \text{時間} + 4.0\ \text{時間}} = \frac{24\ \text{km}}{7.0\ \text{時間}} = 3.4\ \text{km/h}$$

つまり、平均の速さとは「どれだけの時間その速さの状態だったか」という時間の「重み」を速さに掛けて求めた平均で、一般的には**時間平均**とよばれる種類の平均である。

一方 $\bar{u}$ については、次式のような解釈をするなら、これは一般に**位相平均**とよばれる種類の平均に相当すると言えるだろう。上記の時間平均との違いと類似点に注目すると面白い。

$$\bar{u} = \frac{4.0\ \text{km/h} \times 12\ \text{km} + 3.0\ \text{km/h} \times 12\ \text{km}}{12\ \text{km} + 12\ \text{km}} = \frac{84}{24} = 3.5\ \text{km/h}$$

５６．(1) 右図



(2) 水に対する船の相対速度をv' [m/s]とすると、船は川下に向かうから $v' = \underline{+4.0\ \text{m/s}}$　岸に対する水の速度(川の流れる速度)をv_A [m/s]とすると、問題文より $v_A = +1.0$ m/s。したがって、岸に対する船の速度を v [m/s]とすると、速度の合成より

$$v = v_A + v' = (+1.0\ \text{m/s}) + (+4.0\ \text{m/s}) = \underline{+5.0\ \text{m/s}}$$

(3)　$v_A = +1.0$ m/s、船は川上に向かうから $v' = \underline{-4.0\ \text{m/s}}$ であり、速度の合成より

$$v = v_A + v' = (+1.0\ \text{m/s}) + (-4.0\ \text{m/s}) = \underline{-3.0\ \text{m/s}}$$

(4) 600 mの距離を、(2)と(3)それぞれで求めた速度 v で移動するから、求める時間を t [s]とすると

$$t = \frac{600\ \text{m}}{5.0\ \text{m/s}} + \frac{600\ \text{m}}{3.0\ \text{m/s}} = 120\ \text{s} + 200\ \text{s} = \underline{320\ \text{s}}$$

(注) この問題は比較的単純なので、“正しいお作法”で扱っても「疲れるだけ」かもしれない。しかし、「いざとなったら“正しいお作法”が使える」ようにしておくと、もっと複雑あるいは抽象的な状況を扱う場合には、きっと混乱を避けることができ頼りになると思う。

５７．<u>「同じ」と考えてよい。</u>**理由**：ボールの初速はどちらも地面に対して水平方向に v_0 で、手から離れた後は、どちらも重力だけが運動を変化させているから。

(補足) 初期条件が同じで、その後に働く力が同じだから、同じ運動をするということである。もちろん、空気抵抗を考えるなら「働く力が同じ」ではなくなるから同じ運動にはならない。

５８．初速 0 の落下は簡単にできるが、水平投げ出しは少し練習がいる。水平に「投げる」というより「押し出す」という感じのほうが、うまくいくかもしれない。

５９．使用する紙は普通のコピー用紙などでよい。2 重に巻いて直径5，6cmの円筒形を作り軽くテープでとめればよい。発泡スチロール球でカーブを投げる場合、ボールを指先で持って、指でボールに

回転を与えながら投げるとよいだろう。

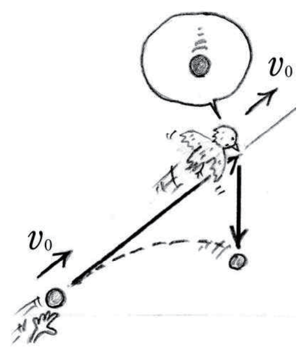
６０．「ボールが斜め上に向かって進もうとするのは、慣性の法則のため。ボールに斜め上向きの初速を与えたから、その運動(速度)を保とうとしている。確かに、初速を与えるときにはボールに斜め上向きの力を加えたけれど、手から離れてからは、ボールに働く力は重力だけ」

同じようなことをp.41③(放物運動の別の見方)では、もっと計算にも使えるレベルで説明しているので参考にしてほしい。

６１．どちらのボールも手首を使って投げようとせず、手首は固めて腕だけで動かして投げるとよい(図11.11の絵では手首を使ってますネ！スミマセン)。「投げる」というより「手放す」という感じ。

６２．左側：「慣性運動　$v_0 t$」　右側：「落下運動　$\frac{1}{2}gt^2$」

６３．p.41：例題15を参照。図11.10を使って説明をすると：はじめ猿は点Ｐにいたとする。ボールの「初速を保つ運動(慣性運動)」の部分(矢↗)が点Ｐに達した時刻を t とすると、そのときのボールの位置は点Ｐの真下$\frac{1}{2}g\,t^2$ の点Ｑである。一方、ボールが投げ出されたと同時に、猿も点Ｐから初速 0 の落下を始めたのだから、時刻 t において猿は点Ｑを落下中である。ボールと猿は同じ時刻 t に同じ場所にあるのだから、両者は衝突する。



６４．p.41③(放物運動の別の見方)を使うと、ボールの運動のイメージは

ボールの運動＝**慣性運動**＋**落下運動**

また題意より

観測者の運動＝「初速を保つ運動：**慣性運動**」と同じ運動

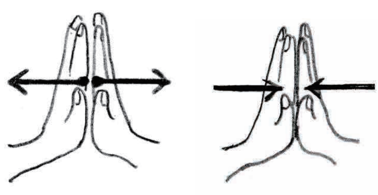
ここでp.35(10.3)式を用いると

観測者に対するボールの相対的な運動＝ボールの運動－観測者の運動
＝(**慣性運動**＋**落下運動**)－**慣性運動**
＝**落下運動**

したがって、観測者が見るボールの運動は「単なる初速 0 の落下運動」である(上図)。

６５．左右の手の平を強く押しつけると、p.43図12.2で力 N が大きくなるのと同じで、最大摩擦力 $f_{\max}$ が大きくなって、手の平を上下にずらしにくくなる。それを実感してください！

この場合に、左右の手の平が押し合う力は右図ａのように表される。でも、もしかして、図ｂのほうが分かりやすいかもしれない！ 図ｂも間違えとは言えないのだが、力の矢を「作用点から描く」なら図ａが正しい。「図ａだと左右の手が離れていくように感じる」という意見もあるだろう。もちろん、図ａの２つの力だけが働くのなら左右の手が離れていくが、実際には左右の腕が「左右の手の平が押し合うように」力を加えているのである。それで左右の手の平が“衝突”し、図ａのように互いに力を及ぼし合っている(押し合っている)のである。


a　　　b

６６．(1) 重力と圧力抵抗がつり合っているとして

$f = k_2 v^2 = mg$ より　$k_2(56\ \mathrm{m/s})^2 = 50\ \mathrm{kg} \times 9.8\ \mathrm{m/s^2}$　これから　$k_2 = \underline{0.16}\ \mathrm{N \cdot s^2/m^2}$

(2) 風から受ける力は、スカイダイバーが空気から受ける力と同じ性質の力である(p.45：圧力抵抗))

身体の大きさや形は (1)と“似たようなもの”として、k_2 に (1)と同じ値を使うと

$f = k_2 v^2 = 0.16 \times (20\ \mathrm{m/s})^2 = \underline{64\ \mathrm{N}}$（＝64÷9.8 キロ力(kgw)≒6.5 キロ力(kgw)）

６７．(1) おもりに働く重力と、おもりに働くばねの弾性力がつり合っているから、弾性力をF、おもりの質量をm、ばね定数をk、重力加速度をgとして、フックの法則$F=kx$ より

$$k=\frac{F}{x}=\frac{mg}{x}=\frac{0.10\ \mathrm{kg}\times 9.8\ \mathrm{m/s^2}}{5.0\times 10^{-2}\ \mathrm{m}}=19.6\fallingdotseq \underline{20\ \mathrm{N/m}}$$

(2) ばね自体に働く重力は無視しているから、各ばねに働く力のつり合いから、2つのばねには同じ大きさの力が加わることが分かる。2つのばねの伸びが加わり、全体の伸びは、ばねが 1つの場合の 2倍になる。したがって　$5.0\ \mathrm{cm}+5.0\ \mathrm{cm}=\underline{10\ \mathrm{cm}}$

2つのばね全体のばね定数をk' とすると、(1)の解答で用いた式を使って　$k'=\dfrac{F}{2\times x}=\dfrac{1}{2}k=\underline{10\ \mathrm{N/m}}$

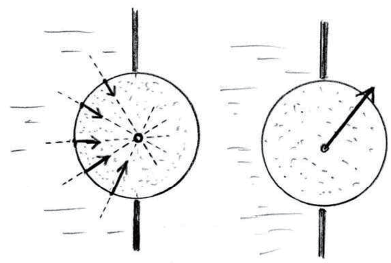
６８．重いほうに振れる。おもりには水から浮力が働くが、その反作用が水に働いていて、その向きは下向きである。したがって、その力の分だけ目方が重いほうに針が振れる。「おもりの質量1 kg」は関係しない。浮力の大きさ分だけ針が振れるので、浮力を測定していることになる。

[別解] おもりを入れると、おもりの体積の分だけ水面が上昇するので、水槽の底が受ける圧力は増加し、その分、目方が重いほうに針が振れる。水槽の底が受ける力の増加分はおもりが排除した水の重量に等しく、それはおもりに働く浮力に等しい。

６９．浮く。浮力は瓶の体積で決まり、“中身”には関係ない(p.47(12.8)式参照)。中に空気がないのなら、それだけ軽くなるのだから、瓶はむしろよく浮く(瓶の変形は無視しているが)。

(注) 「え〜、空気が入ってないのに浮くの↑ ？？」･･･そうですね、その気持ちもよく理解できます。浮き輪に空気を入れれば浮く。空気を抜けば沈む。「じゃあ、浮き輪が浮くのな誰のお陰？」と問えば、答えは「くーき！」ということになる。でも、それは、空気が浮き輪の体積を大きくしているからで、空気自体が浮き輪を持ち上げているのではないのです。

７０．圧力は面に垂直に働くので、車の左側面が水から受ける圧力は、どの場所であっても車の回転軸の向きを向いている(圧力の作用線が回転軸を通る：右図ａ)。そのような力は車を回転させる働きをもたない。したがって、議論の誤りは、主として図12.23の浮力の作用点にある。実際には、車の左側が受ける浮力は(圧力の合力)、右図ｂのようになっている。



a　　b

７１．プールの水全体が静止しているのだから、領域Ａの水Ａ(質量m_0)も静止していて、水Ａに働く重力 m_0gと浮力Fがつり合っているはずである。したがって、水の密度をρ、領域Ａの体積をV、重力加速度を g とすると

領域Ａに働く浮力　$F=m_0g=\rho Vg=\rho gV$ [N]

浮力は圧力の差なので、水Ａと同じ形・大きさの物体が水から受ける浮力も上記の力Fに等しい(浮力は領域Ａの「中身」には無関係)。

７２．支点Ｏからの距離の比を例えばＯＢ：ＯＡ＝1：4 とすると、テコの原理から$F_B=4F_A$、一方、Ａ端を h [m]下げた時のＢ端の移動距離は $h/4$、したがって力 F_B がする仕事は

$F_B\times(h/4)=(4\times F_A)\times(h/4)=F_A\times h$

であり、力F_A がした仕事に等しい。「Ａで与えたエネルギーが、そのままＢから出てきている」とイメージすることができる。もちろん、これは摩擦を無視した話で、摩擦があればエネルギーの一部は摩擦熱となって散逸し、Ｂから出てくるエネルギーはその分、減少する。その場合もＢの移動距離

は変わらないが、F_Bが小さくなっている。･･･というか、摩擦力の分、F_Aを大きくしなくはならないと言うべきだろう(発生する熱の分だけＡでの仕事(エネルギーの入力)を多くする)。

７３．力×変位(力で物体を動かす) の形を取らずにエネルギーが移動する例であり、風呂で身体を暖める、日光浴、日焼け、食事、身体の内部でのエネルギー消費の多く、LEDや電球の点灯など。

７４．Ａ→Ｂ：重力は正の仕事をした。重力がする仕事により「重力の位置エネルギー ⇨ コースターの運動エネルギー」のようにエネルギーが移動した。

Ｂ→Ｃ：重力は負の仕事をした。重力がする仕事により「コースターの運動エネルギー ⇨ 位置エネルギー」のようにエネルギーが移動した。

Ｃ→Ｄ：Ａ→Ｂと同じ。　Ｄ→Ｅ：重力がした仕事はゼロ。エネルギーは移動していない。

Ｅ→Ｆ：Ｂ→Ｃと同じ。

７５．(1) 図13.28で右向きを正の向きとすると、荷物の変位は3.0 s間で　$\Delta x = v \times 3.0\ \mathrm{s} = 0.50\ \mathrm{m/s} \times 3.0\ \mathrm{s} = 1.5\ \mathrm{m}$。ロープの張力がした仕事を$W_{ロープ}$とすると　$W_{ロープ} = 50\ \mathrm{N} \times \Delta x = 50\ \mathrm{N} \times 1.5\ \mathrm{m} = \underline{75\mathrm{J}}$

荷物は等速で移動しているから、ロープの張力と動摩擦力は大きさが等しいはずで、動摩擦力の大きさは 50 Nに等しく、向きは負の向きである。したがって、動摩擦力がした仕事を$W_{マ}$とすると $W_{マ} = (-50\ \mathrm{N}) \times 1.5\ \mathrm{N} = \underline{-75\mathrm{J}}$

(2) この3.0 s間で、75 Jのエネルギーがロープから荷物に与えられ、同時に摩擦力によって 75 J のエネルギーが荷物から奪われた。

(注) このエネルギーは摩擦熱のエネルギーになったと考えてよい。また、荷物が受けた仕事の「**和**」は $W_{ロープ} + W_{マ} = 25 + (-25) = 0\ \mathrm{J}$　であり、荷物の運動エネルギーが変化していないことと整合している。75 Jのエネルギーは荷物を素通りしたとイメージ(解釈)できる。

７６．「$W = F_x \Delta x$　p.58(13.11式)」を使って：図13.29より、重力の変位方向成分F_xは　$F_x = mg\sin\theta$，Ａ→Ｂの変位Δx は $\sin\theta = h/\Delta x$ より　$\Delta x = h/\sin\theta$。したがって、荷物のＡ→Ｂの移動で重力がした仕事W_G は　$W_G = F_x \Delta x = mg\sin\theta \times \dfrac{h}{\sin\theta} = \underline{mgh}$

「$W = F\Delta h$　p.58(13.12式)」を使って：$F = mg$，$\Delta h = h$ だから　$W_G = F\Delta h = \underline{mgh}$

７７．質量 m [kg]の身体を持ち上げる力F [N]がする仕事W は、持ち上げた高さを h [m]として $W = F \times h = mg \times h = 50\ \mathrm{kg} \times 9.8\ \mathrm{m/s^2} \times 8.0\ \mathrm{m} = 3.92 \times 10^3 ≒ \underline{3.9 \times 10^3\ \mathrm{J}}$。仕事率$P = 3.92 \times 10^3\ \mathrm{J} \div 20\ \mathrm{s} = 196 ≒ \underline{200\ \mathrm{W}}$　　これは、32 Wの蛍光灯の消費電力の 196 W÷32 W≒6 本分

(注) 実際にこれだけのエネルギー消費率で階段を上がっているわけではない！立っているだけでも、いえ寝ているだけでも身体はエネルギーを消費している。体温を維持しているし、心臓・肺・脳･･･いろいろ活動している！p.59例題23(5)の重量挙げ選手の例が示唆する通り、身体を持ち上げていくには、位置エネルギーを増やすためだけでなく他の諸々のエネルギー消費が伴う。

なお、上述の通り「寝ているだけ」でも生命維持のためにエネルギーを消費しているわけで、その消費率は身体の質量 1 kg当たり(日常の言い方では体重 1 kg当たり)、大まかに 1 W／kg 程度である。また、非常に大まかに言って、問題７７のような力学的なエネルギー消費に使われるのは、その時の身体のエネルギー消費の 1 割程度である(これは、多めに見積もった値で、何をやるかによって値にはかなり幅がある)。

７８．力F [N]が t [s]間にする仕事W [J]は、変位をΔx [m]として

$W = F\Delta x = F \times (v\,t)$、　　仕事率$P$ [W]は　$P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{Fv\,t}{t} = \underline{Fv\ [\mathrm{W}]}$

７９．1 kW＝10^3 W＝10^3 J/s。1 kWhとは、1 kWの消費電力(電気エネルギー消費率)で 1 時間(60s×60＝3600 s)の間に消費する電気エネルギー。したがって、1 kWh＝10^3 J/s×3600 s＝<u>3.6×10^6 J</u>

3.6×10^6 J÷20 円＝<u>1.8×10^5 J／円</u>

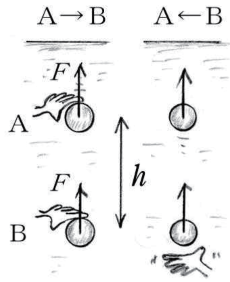
(注) 電力という用語は電気エネルギーの消費<u>率</u> [J/s] や発電<u>率</u> [J/s] として用いられている。

(補足) 問題７７の例を使って、3 階(8 m)まで身体(50 kg)を持ち上げるための仕事(力学的なエネルギー消費量)が、電気エネルギーでは何円になるかを計算してみよう：3.92×10^3 J÷1.8×10^5 J／円＝0.022円程度。この計算結果を見て「えッ、安い！」と思った人も多いでしょう。でも、問題７７解答の(注)に述べたように、実際に身体の中でのエネルギー消費は大まかに言ってこの値の10倍程度(多めの見積もり)。だから電気代で0.022×10≒0.2 円程度。30 階まで上がると2 円程度。

８０．居間と玄関を結ぶ廊下を、荷物を引きずって往復させたと想像しよう。荷物に働く動摩擦力の向きはつねに変位とは逆向きだから、動摩擦力はがする仕事はつねに負である。したがって、荷物を往復させた場合、動摩擦力がする仕事の和は必ず負の値をもち、0 にはならない。よって、動摩擦力は保存力ではなく位置エネルギーをもたない。

(注) 「じゃあ、摩擦がなかったら、位置エネルギーはあるの？」･･･はい、形式的には「ある」と言えるかな。でも、位置エネルギーを無理に考えても、それはずっと 0 のままだから･･･やっぱり、位置エネルギーはないということですね。

８１．右図のように、水中でボールをA→B→Aのように距離 h [m]の間を往復させたと考えよう。ボールの体積変化が無視できるなら、ボールに働く浮力 F [N]は大きさが一定で、向きもつねに上向きである。したがって、A→Bでは浮力がする仕事は $W_{A\to B}=-F\cdot h$ [J]、B→Aでは $W_{B\to A}=+F\cdot h$ [J]となり、往復での仕事の和は　$W_{A\to B}+W_{B\to A}=(-F\cdot h)+(+F\cdot h)=\underline{0}$　となる。したがって、浮力は保存力であり、位置エネルギーをもつ(ただし、上述のように多少の条件付きである)。



ボールを手に持って水中に沈めてから放すと、ボールが勢いよく水面から飛び上がることがある。この運動を考察する際には上記の位置エネルギーを使うことができるだろう。

８２．最下点を位置エネルギーの基準(ゼロ)の位置とし、B点での速さを v として、B点とA点に対して力学的エネルギー保存の法則を適用すると

$$\tfrac{1}{2}mv^2+mg(2R)=\tfrac{1}{2}m\times0^2+mgh \qquad \therefore\ v=\underline{\sqrt{2g(h-2R)}}$$

後半：<u>「そう判断して」はいけない</u>。B点において、ある値 v_B 以上の速度をもっていなくては無事にB点を通過できない── 途中で車輪がレールから離れてしまう。これは「無事」とは言えない！

$mg\,l=\tfrac{1}{2}mv_B{}^2$　を満たす高さ l [m]だけC点より上からスタートさせなくてはならない。v_Bの値は「円運動(力学発展編)」を勉強すると計算することができるようになる。

８３．確かに重力は鉛直方向の運動を変化(加減・減速)させるはたらきをしているのだが、同時にレールから垂直抗力が働き運動の向きを変えている。自転車にたとえれば、重力がペダルをこぐことに対応し、垂直抗力がハンドルに相当している。エネルギーはペダルから与えられる。

なお、「重力と垂直抗力の合力がレールに平行な向きを向き、これが車体にエネルギーを与えている」と言ってもよいのだが、これだと垂直抗力もエネルギーの受け渡しに一役買っているようなニュアンスを感じかねないので要注意。もちろん、垂直抗力はレールの向きに垂直だから仕事は 0 である。

８４．最高点の座標(位置) を h [m]、重力加速度を g＝9.8 m/s^2、ばね定数を k＝49 N/m、ボールの質量を m＝60.0 g＝60×10^{-3}kg、原点Oでのばねの縮みを x＝15.0 cm＝0.15 mする。

最高点および原点Oではボールの運動エネルギーは 0 であるから、最高点と原点Oについて力学的エネルギー保存の法則を適用すると

$\frac{1}{2}m\times0^2+mgh=\frac{1}{2}m\times0^2+\frac{1}{2}kx^2$　したがって　$mgh=\frac{1}{2}kx^2$　であり

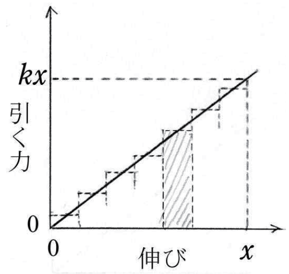
$60\times10^{-3}\times9.8\times h=\frac{1}{2}\times49\times0.15^2$　これから　$h=0.94$ m＝$\underline{94\ \text{cm}}$。

[**考察**] 実際にこの実験を行った場合、ボールの質量に比べてばねの質量が無視できず、はじめの弾性エネルギーのうちのかなりの部分が、ばね自体の運動エネルギーになってしまう！要するに、ばねが揺れて(暴れて？)しまう。ボールの上昇を上記の計算結果に近づけるには、なるべく軽いばねを使う必要があるだろう。

８５．ばねを伸ばすとき、「**ばねを引く力**」は正の仕事をして、ばねにエネルギーを与えている。そのエネルギーは弾性エネルギーとしてばねに蓄えられる。一方、「**ばねの弾性力**」は、ばねを引いている手に働き、負の仕事をする。この力によって、ばねが手からエネルギーを受け取って(奪って)いる。この２つの力は作用反作用の関係にあり、大きさは同じだが向きは逆で作用点の変位は等しいから、２つの力がする仕事の絶対値は等しい。結局、手からばねにある量のエネルギーが移動したというイメージとピッタリ合っている！

エネルギー保存との関わり：上記の２つの力がする仕事が、絶対値は等しく符号が逆であるということは、手からばねへのエネルギーの移動過程において、エネルギーが増えたり減ったりはしない(エネルギーの発生や消滅がない)ということを示していて、その点でエネルギー保存に関わり、作用反作用の法則がそれを保証している。

８６．仕事(＝力×変位)はエネルギーの移動の過程を意味しているから、伸ばす時にばねを引く力がした仕事 W は、ばねに与えたエネルギー U に等しい ($U=W$)。一端を固定したばねの他端を引き、ばねを自然の長さから x だけ伸ばしていくとする。ばねを引く力 F はフックの法則にしたがい $F=kx$ であり、右図のグラフ(実線)のように変化する。仮にこの力が階段状に変化したなら(右図の点線)、一つのステップにおいて力のした仕事は右図の斜線部分の面積に等しい。したがって、この階段を無限に細くしていけば、求める仕事 W は、右図のグラフの直線を一辺とする三角形の面積に等しいことが分かる（p.29問題50で等加速度運動の公式 $\frac{1}{2}at^2$ を導いたときと同じ論理）。したがって



$U=W=\frac{1}{2}x\times kx=\frac{1}{2}kx^2$

(**補足**) (1) W＝(ばねを引く力の平均値)×(変位)＝(平均で $\frac{1}{2}kx$)×x＝$\frac{1}{2}kx^2$ と考えてもよい。

(2) **微積分を既に学習している人へ**：伸び x の関数である力 $F=F(x)$ が、微小変位 Δx でする仕事 ΔW は次式で表される。

$\Delta W=F(x)\Delta x$

(微小変位 Δx に伴う力の変化を無視しているが、$\Delta x\to0$ の極限において、近似ではなくなる)

したがって W は

$$W=\int dW=\int_0^x F(x')\,dx'=\int_0^x kx'\,dx'=\frac{1}{2}kx^2$$

これを理解しよう。いろいろと応用ができる！

改訂版あとがきにかえて
（物理を教える立場の人へのまえがき）

本書を改訂するにあたりもう一度丁寧に読み返しました。感想はいつも同じく「難しい！」という一言が出てしまいます。本書には「物理はお友達－力学基礎編」という軽快なタイトルが付いていますが、中身は至極真っ当な力学の解説書および問題集となっています。基本的には現行の高等学校指導要領「物理基礎」の力学分野を扱っていますが、興味・関心が高いと思われる宇宙分野（p.2～3、その他「コラム」や「補足」でも）などにも触れています。また、例題や問題に関しても身近な事例を数多く取り上げており、実際の身の回りの値で計算してみることはもちろんのこと、例題や問題にも［考察］や［実技！］など言葉で表してみたり、実際に体感してみたりと物理を身近に感じてもらうための工夫が多くあるのも特徴的です。そのため、初学者（＝物理があまり得意ではない人）にとっても読んでもらいやすく、できるだけ多くの人に理解してもらいたいという願いが込められています。

しかし、本書をある程度物理を理解している人（＝物理を教える立場の人）が読み進めると「こんな難しいことを取り上げるなんて！」という感想を持つ場合もあるかもしれません。それは正しい捉え方で、例えば円運動（p.17 問題 34）の原理を問題に取り入れていたり、p.45 の＜コラム５＞の摩擦や抵抗の種類の説明があったりと、かなり基礎の部分も逸脱している内容も含まれています。

一方で、非常に丁寧に解説している部分も数多くあります。「加速度」については３ページに渡り解説がされており、「質量」や「力」も補足が多く、また「速度」や「変位」に関するベクトルの図が数多くあります。ある程度理解している人が読み進めると少しくどいと思うくらい表現されている内容かと思います。

この表現の緩急こそが、本書の特徴であり村井先生の長年のノウハウが表現されている１つでもあります。「実際はもっと複雑な動きをしているけどそれも加速度は関わっているの？」「現象は理解したけど現実とはちょっと違うような気がする」のように、日常でも疑問に持ちやすい事項には発展的な内容を、「数学が苦手だから物理も無理かな」など最初から諦めかけている人には何度も繰り返しながら、さまざまな事例に触れてもらう工夫をしています。物理を学び始めたばかり、少し学んではみたがよく理解できない、おもしろくないと思っている人たちの「ツボ」をしっかりとおさえた内容が反映されています。

本書をみてもわかるように、力学の基礎となっているものは、単純な１つの方程式 $a=\frac{F}{m}$, $F=ma,\ ma=F$ で表すことができます。この「運動方程式」は、力学であれば様々な場面で使用されることになります（例えば p.55 の（13.6 式））。式自体は単純で、使用されている物理量が、「加速度」「質量」そして「力」とこちらも基本的なものです。同様に物体にはたらく最大摩擦力や動摩擦力（p.43）の式も非常に単純な式 $f_{\max}=\mu N$, $f'=\mu' N$ で表され、摩擦力を表すために使用されている物理量も「静止（動）摩擦係数」と「物体にかかる垂直抗力」だけです。しかし、これらの

2 つは対局する式で、運動方程式は、複雑な運動をしている物体も、この式で必ず表すことが可能である式（収斂されるような式）である一方、最大摩擦力等の式は経験則ベースの近似式であり、これらはまだ解明されていないことが数多く含まれていて物理現象を「おおまかに」捉えているだけの式（拡大していく式）になります。人間の物理現象の理解にこのような大きな違いがあるがために、人間は宇宙に向けてロケットを飛ばして違う星のデータが取得できるにも関わらず、地球上で起きる地震のメカニズムを明らかにすることが難しく、正確な地震予知が現実味を帯びていない現状があります。

　このように、本書で紹介している内容だけでも様々な見方や考え方が豊富にある物理学は難しいものだとは思いますが、身近に感じることができる利点も生かして多くの「物理ファン」を増やしていきたいと編集グループの一人として考えております。そのため、物理を一通り学習した大学生や社会人のみなさんや、これから理科や物理を教える立場になる教育実習生や若手教員にもぜひ本書を手にとってもらい、村井先生のノウハウを吸収してもらいたいと願っております。

朝倉　彬

索引

物理はお友達　編集グループ

村井　利行　　元お茶の水女子大学附属高等学校

朝倉　　彬　　お茶の水女子大学附属高等学校

雨宮　敏子　　お茶の水女子大学理系女性教育開発共同機構

加々美勝久　　お茶の水女子大学理系女性教育開発共同機構

物理はお友達　I　力学基礎編

改訂版

発行日：　2019 年 3 月 31 日

発行者：　お茶の水女子大学
理系女性教育開発共同機構
〒 112-8610 東京都文京区大塚 2 丁目 1 番 1 号
電話　03（5978）5825
FAX　03（5978）2650
ocha-cos-office@cc.ocha.ac.jp

印刷所：　株式会社甲文堂　東京都文京区大塚 1-4-15-105
電話　03-3947-0844