

ミニ四駆で 『ギア』を学ぼう

～ 中学1年 「比例と反比例の利用」 ～



お茶の水女子大学
Ochanomizu University



理系女性教育開発共同機構
CORE of STEM

ver. 20.09.23

ここに2台の車、
赤と黒の車があります。
スイッチを入れると、
後輪が回転し、走ります。



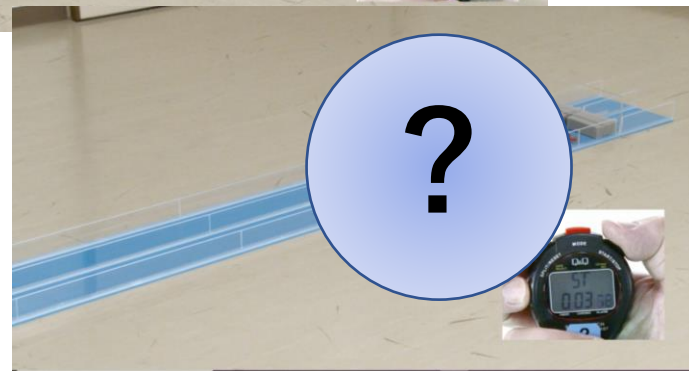
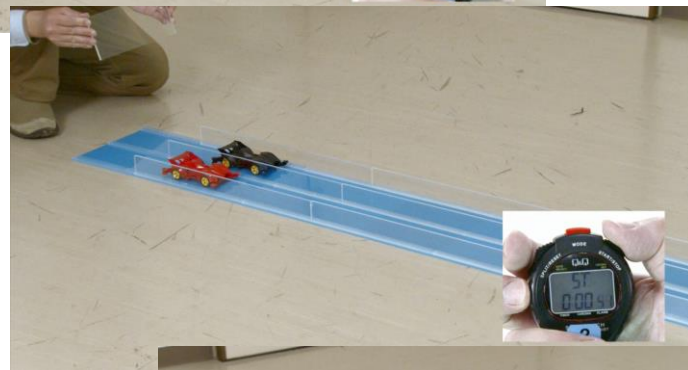
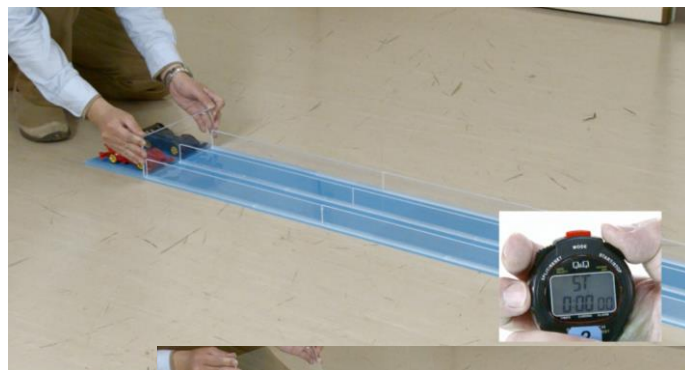
どちらが速いでしょうか？
それとも、同じでしょうか？

見た目ではわからないですよねえ…

では、走らせてみましょう。走る距離は5.5mです。
よ～い、ドン！！

はい、結果が出ました。
_____車の方が速かったですね。

なぜでしょうか？
赤と黒の車、見た目はほぼ同じですよねえ。



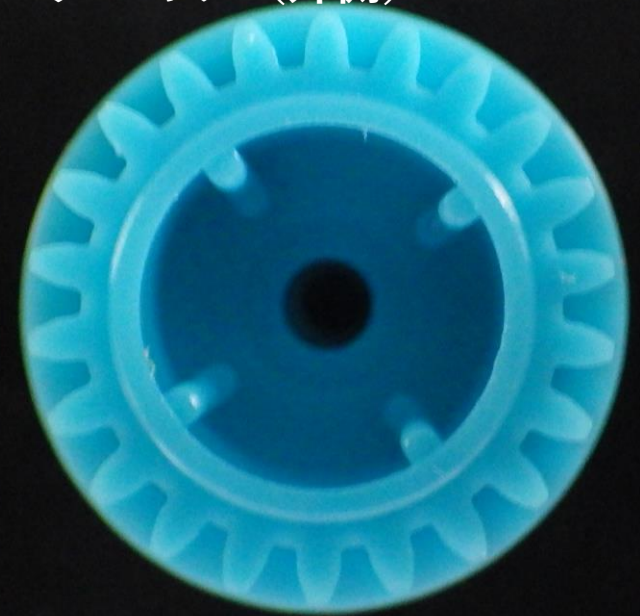
①ピニオンギア



②カウンターギア (内側)



③カウンターギア (外側)



④スパーギア



赤い車

①ピニオンギア



③カウンターギア (外側)



②カウンターギア (内側)



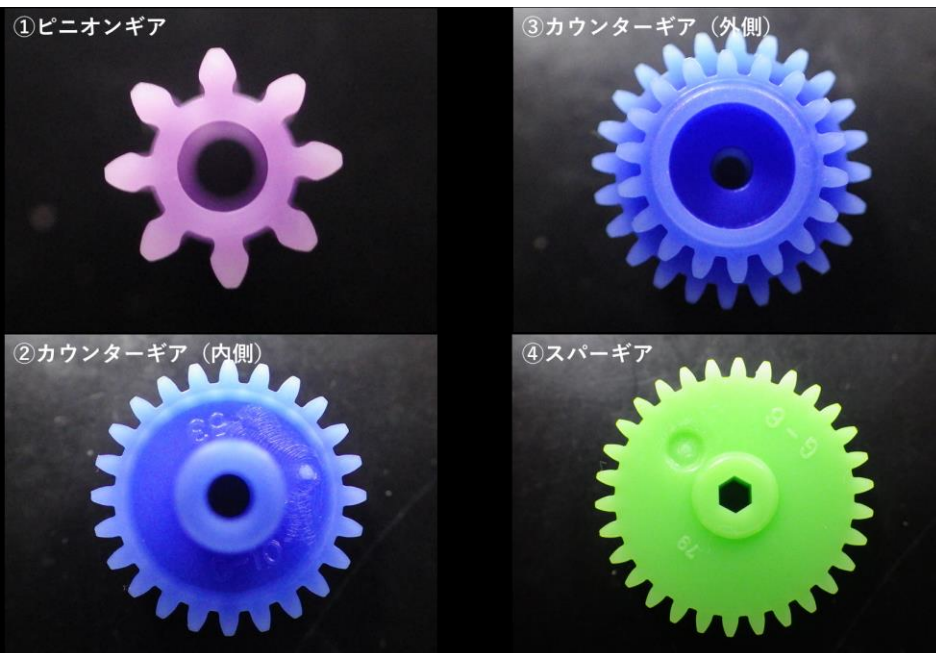
④スパーギア



黒い車



赤い車	
ギア	歯の数
①紫 (ピニオンギア)	
②水色 (カウンターギア) 内側	
③水色 (カウンターギア) 外側	
④黄 (スパークギア)	



黒い車	
ギア	歯の数
①紫 (ピニオンギア)	
②青 (カウンターギア) 内側	
③青 (カウンターギア) 外側	
④黄緑 (スパークギア)	

Q1. 赤い車及び黒い車において、ピニオンギアが1回転すると、
カウンターギアは何回転するでしょうか？

A1. ピニオンギアがかむのは、カウンターギアの内側です。

ピニオンギアは、赤い車と黒い車で同一です。
カウンターギアの内側の歯数も、赤い車と黒い車で同じで
す。

ですので、赤い車でも黒い車でも、ピニオンギアが1回転し
た時に、カウンターギアの回転する数は同じです。

ピニオンギアの歯数： ____ 枚

カウンターギア（内側）の歯数： ____ 枚

従って、

$$\underline{\quad} \div \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ (回転)}$$



Q2. 赤い車及び黒い車において、カウンターギアが1回転するとき、スパーギアの歯数と回転数の間にどのような関係がありますか。また、それらの関係を利用して、ピニオンギアが1回転するときのスパーギアの回転数を求めなさい。

赤い車と黒い車で、共通すること：

ピニオンギアがかむのは、カウンターギアの内側である
スパーギアにかむのは、カウンターギアの外側である

A2. 赤い車の場合

ピニオンギアはカウンターギアの内側（歯数24）にかんでいる。
カウンターギアの外側（歯数22）がスパーギアにかんでいる。
カウンターギアの外側（歯数22）が1回転するとき、スパーギアは何回転するだろうか。

スパーギアの歯数をX、回転数をYとすると、

$$X \times Y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Y = \frac{\square}{X}$$

と表せる。

③カウンターギア（外側）



歯：22枚

④スパーギア



歯：26枚

③カウンターギア (外側)



歯：22枚

④スパーギア



歯：26枚

スパーギアの歯数は26枚なので、

カウンターギアが1回転するときのスパーギアの回転数は

$$Y = \frac{\square}{\square}$$

従って、**カウンターギアが1回転するとき**、**スパーギアは** $\frac{\square}{\square}$ **回転する。**

ピニオンギアはカウンターギアの内側（歯数24枚）にかんでいる。

Q1. から、カウンターギアが $\frac{\square}{\square}$ 回転するときピニオンギアが1回転

することがわかっているため、**カウンターギアが1回転するときにはピニオンギアは** **回転**することがわかる。

従って、**ピニオンギアが3回転するとき**、**スパーギアは** $\frac{2}{2} \frac{2}{6}$ **回転する。**

よって、ピニオンギアが1回転するとき、スパーギアは

$$\frac{2}{2} \frac{2}{6} \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{2}{7} \frac{2}{8} \text{ (回転) する。}$$

赤い車では、ピニオンギアが1回転するとき、スパーギアは $\frac{2}{7} \frac{2}{8}$ 回転する。

Q2. 赤い車及び黒い車において、カウンターギアが1回転するとき、スパーギアの歯数と回転数の間にどのような関係がありますか。また、それらの関係を利用して、ピニオンギアが1回転するときのスパーギアの回転数を求めなさい。

A2. 黒い車の場合

ピニオンギアはカウンターギアの内側（歯数24枚）にかんている。カウンターギアの外側（歯数18枚）はスパーギアにかんている。

カウンターギアの外側（歯数18枚）が1回転するとき、スパーギアは何回転するだろうか。

スパーギアの歯数を X 、回転数を Y とすると、

$$X \times Y = 18$$

$$Y = 18/X$$

と表せる。



スパーギアの歯数は30枚なので、

カウンターギアが1回転するときのスパーギアの回転数は

$$Y = 18/30$$

従って、**カウンターギアが1回転するとき**、**スパーギアは18/30回転する**。

ピニオンギアはカウンターギアの内側（歯数24枚）にかんている。

Q1.から、カウンターギアが1回転するときにはピニオンギアは3回転することがわかっている。このことから**カウンターギアが1回転するときにはピニオンギアは3回転することがわかる**。

従って、**ピニオンギアが3回転するとき**に、**スパーギアは18/30回転する**。

従って、ピニオンギアが1回転するとき、スパーギアは

$$18/30 \times 1/3$$

$$=1/5 \text{ (回転) する。}$$

黒い車では、

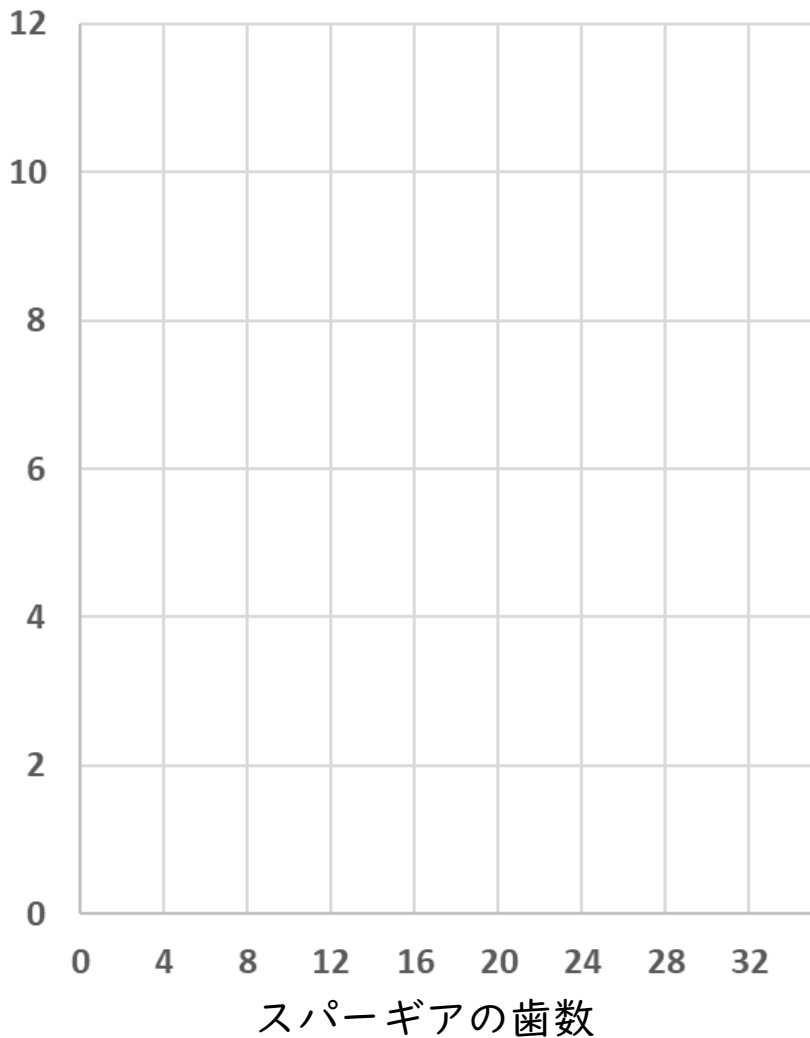
ピニオンギアが1回転するとき、スパーギアは $1/5$ 回転する。



では

赤い車及び黒い車における「スーパーギアの歯数と回転数」の関係を
グラフで表すとどうなるでしょうか

スーパーギアの回転数



赤い車では、
スーパーギアの歯数をX、回転数をYとすると、
 $X \times Y = \underline{\hspace{2cm}}$

$$Y = \frac{\square}{X}$$

黒い車でも同様に、
 $X \times Y = \underline{\hspace{2cm}}$

$$Y = \frac{\square}{X}$$

以上2つの式をグラフに表しましょう
(赤い車：●と赤線 黒い車：●と黒線)。

このように、「スーパーギアの歯数と回転数の関係」は反比例の関係になります。
スーパーギアの歯数が多くなるほど、スーパーギアの回転数は少なくなります。

では
赤い車 及び 黒い車における
「ピニオンギアの回転数とスパーギアの回転数」の関係を
グラフで表すとどうなるでしょうか

さきほどのQ2から、
赤い車では、
ピニオンギアが1回転するときに、
スパーギアは $22/78$ 回転する。

黒い車では、
ピニオンギアが1回転するときに、
スパーギアは $1/5$ 回転する。

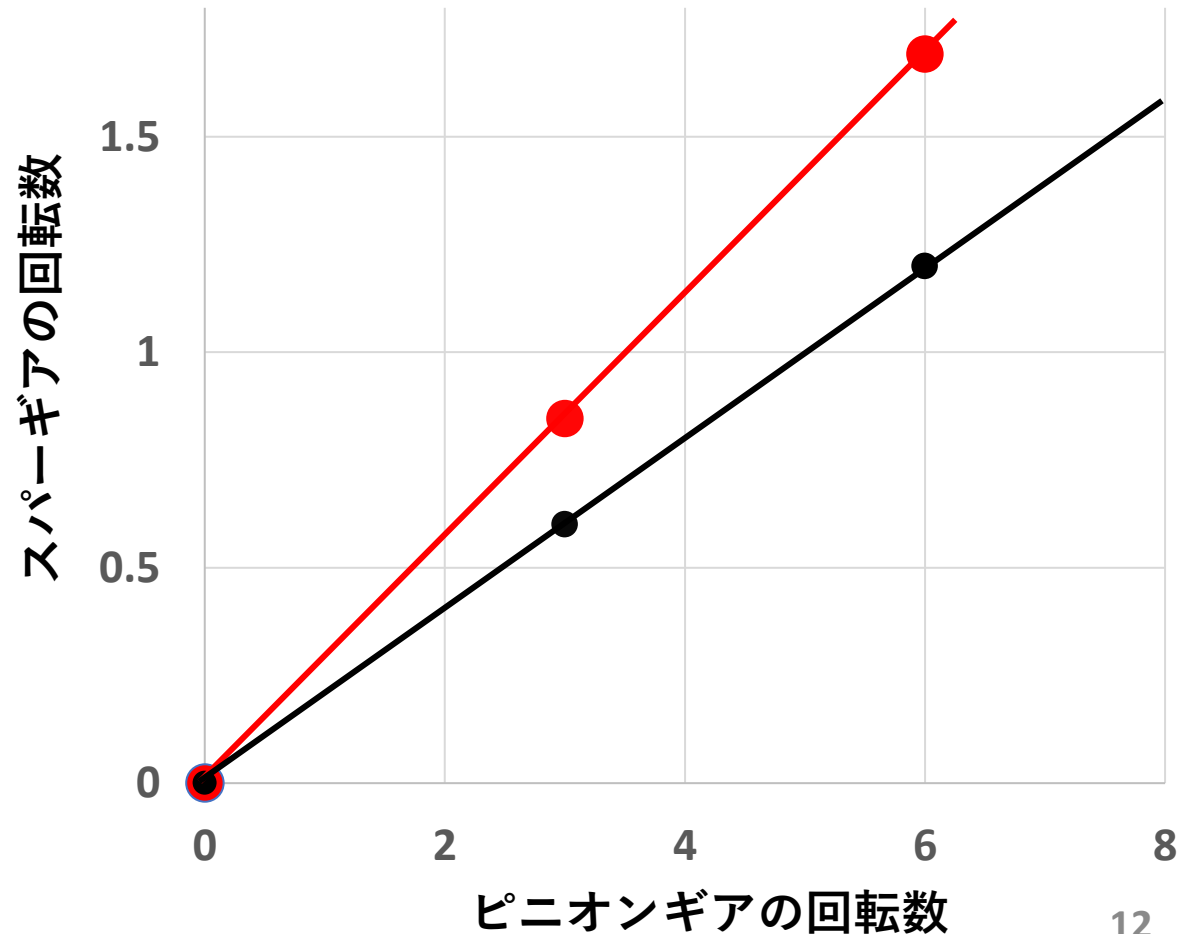
ピニオンギアの回転数をX,
スパーギアの回転数をY
とすると、

$$\text{赤い車} : Y = \frac{22}{78} X$$

$$\text{黒い車} : Y = \frac{1}{5} X$$

と表せます。

ピニオンギアの回転数と
スパーギアの回転数の関係



このグラフ及び直線を表す式から
赤い車と黒い車の走行距離について考えてみましょう

タイヤの直径は 25(mm) です。タイヤの円周は $25 \times 3.14 = 78.5(\text{mm})$ です。
従って、スパーギアが1回転するとき、ミニ四駆は 78.5(mm) 進みます。

ピニオンギアが1回転するときには、グラフと直線を表す式から、

赤い車のスパーギアは $\frac{22}{78} \times 1 = \frac{22}{78}$ (回転) することがわかります。

黒い車のスパーギアは $\frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{5}$ (回転) することがわかります。

このことから、

ピニオンギアが1回転するときには、

赤い車は $78.5 \times \frac{22}{78} = 22.1(\text{mm})$ 進む

黒い車は $78.5 \times \frac{1}{5} = 15.7(\text{mm})$ 進む

ことがわかります。

よって、赤い車の方が $22.1 - 15.7 = 6.4(\text{mm})$ 先に進んでいます。

ピニオンギアが3回転するときには、

$$\text{赤い車は } 78.5 \times \frac{22}{78} \times 3 = 66.4(\text{mm}) \text{ 進む}$$

$$\text{黒い車は } 78.5 \times \frac{1}{5} \times 3 = 47.1(\text{mm}) \text{ 進む}$$

ことがわかります。

よって、赤い車の方が

$$66.4 - 47.1 = 19.3(\text{mm}) \text{ 先に進んでいます。}$$

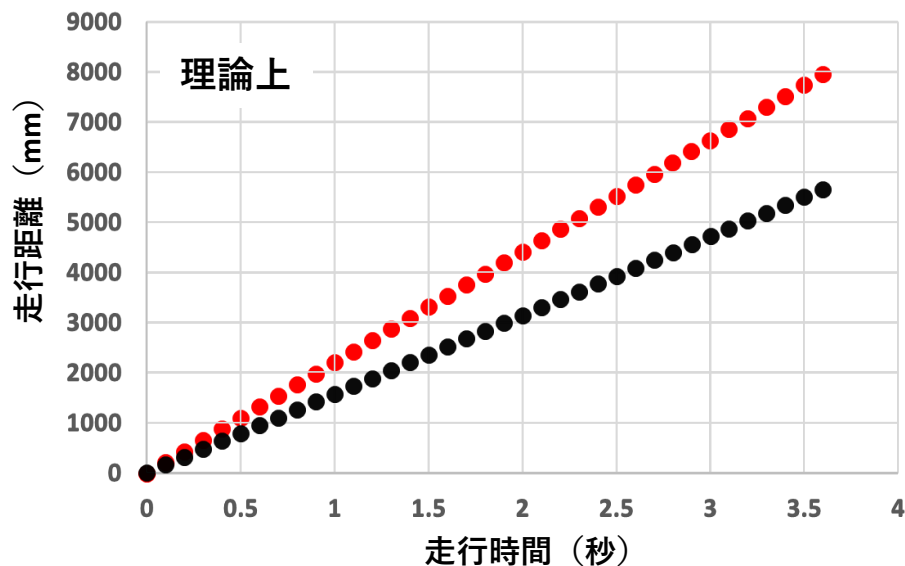
従って、「いつでも赤い車の方が、黒い車よりも先に進んでいる」こととなります。

しかし、実際はどうでしょうか？

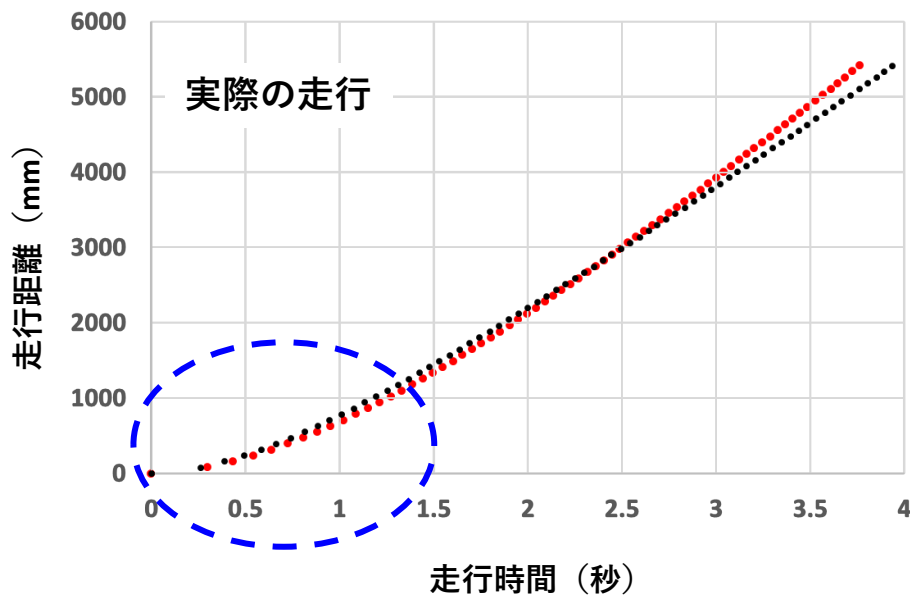
最初は黒い車が赤い車に勝っている、つまり、黒い車が先に進んでいます。

なぜ、このような違いが生まれるのでしょうか？

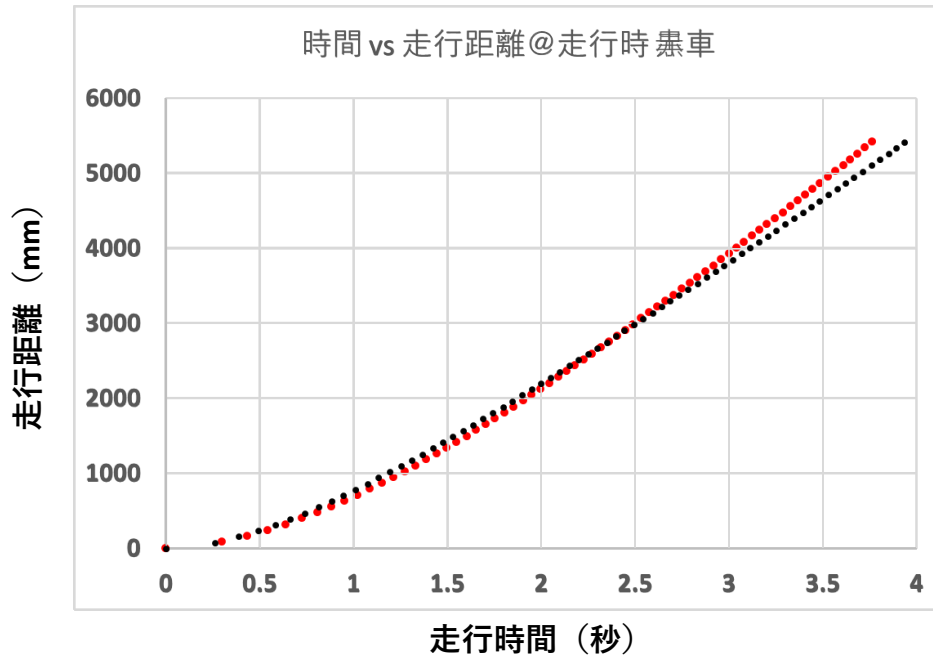
走行時間と走行距離の関係



ピニオンギアは1秒間あたりに100回転します（モーターの製品規格から算出）。縦軸の「走行距離」はピニオンギアが1回転するとき、スパーギアが回転する数とタイヤの円周（78.5mm）から算出しました。『ピニオンギアが1回転するとき、スパーギアが回転する数』は、赤い車の方が黒い車よりも多いので、理論上は、赤い車は常に黒い車よりも先に進むのです。



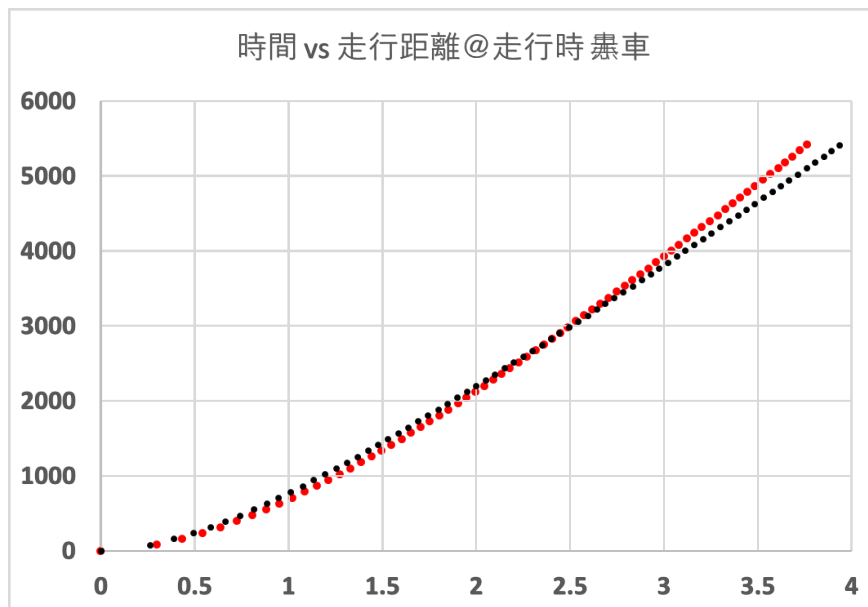
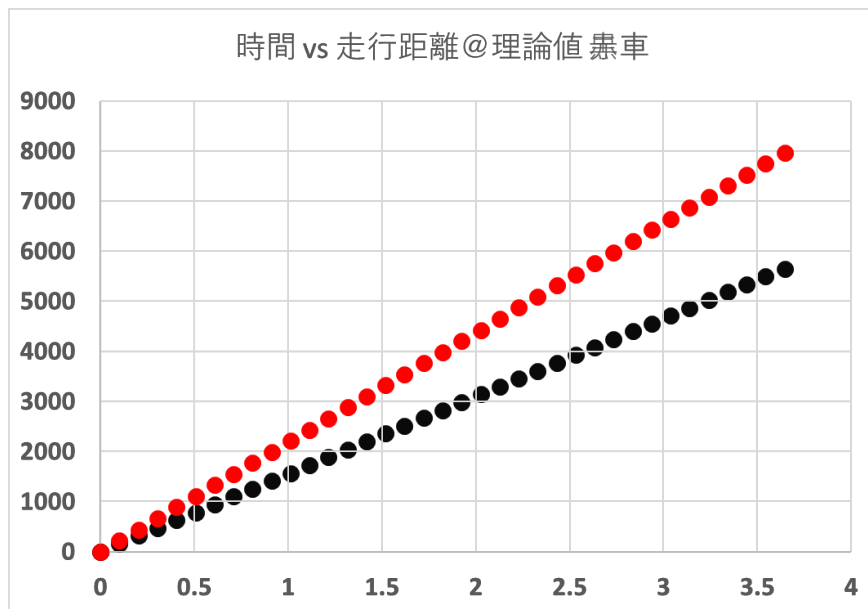
しかし、実際には、車に重さがあるため、スパーギアが取り付けられている車軸につけられたタイヤと床との間には、摩擦力が働いています。ですから、どちらの車でも、走り出し直後は、タイヤは回転しにくく、回転速度はすぐには上がらない（青点線で囲った部分：直線的に上昇することはない）のです。



『回転速度がすぐには上がらないこと』は、赤い車でも黒い車でも同じなのに、なぜ、実際に走る車においては、黒い車が最初にリードするのでしょうか。それには、『タイヤの回転のしやすさ』が関係します。黒い車の車軸に着いているスパーギアの直径は16mmで、赤い車のそれは14mmです。黒い車の方が赤い車よりもスパーギアの直径が大きいです。スパーギアを回しているのはピニオンギアは、両車で同一です。

野球で使うバットの細い方をAさんが、太い方をBさんが持って、向き合った状態で両者とも時計の回る方向にバットを回そうとした場合（左図）、太い方を持ったBさんは簡単に回すことができ、ほとんどの場合で、Aさんは回すことができないでしょう。太い方が小さな力で回転させることが可能なのです。従って、スパーギアの直径も大きい方が、より小さな力で回転させることができるのです。





ですから、より大きなスパーギアを持つ黒い車の方が、より小さな力でスパーギアを回転させることができるでしょう。モーターがピニオンギアを回転させる力は、両車で同じです。従って、黒い車の方がより短い時間のうちに、スパーギアの回転速度を最高値に至らせることができます。

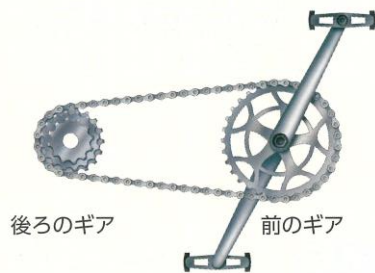
反対に言うと、赤い車のスパーギアは、直径が小さいので、回すにはより大きな力が必要です。ですから、黒い車に比べて、最高の回転速度に到達するには時間がかかるのです。

しかし、ある程度時間が経つと、赤い車でも、スパーギアの回転速度が最高に到達します。元々、『ピニオンギア1回転当たりのスパーギアの回転数』は赤い車の方が多いので、『ピニオンギア1回転当たりの走行距離』は赤い車の方が長いです。だから、スパーギアの回転速度が十分に高くなると、赤い車の方が走行速度は速くなります。従って、赤い車が黒い車を途中で追い越すのです。

3段階でギアが変えられる自転車があります。前のギアと後ろのギアの歯数は、次のようになっています。

前 32

後ろA…12, B…16, C…18



- (1) ペダルを1回転させると、前のギアが1回転します。このとき、後ろのギアBは何回転しますか。
- (2) ペダルを1回転させるとき、後ろのギアの歯数と回転数の間にどんな関係がありますか。また、その関係を利用して、ペダルを1回転させるときの後ろのギアA, Cの回転数を求めなさい。



引用：東京書籍「新編新しい数学I」 p.135

今回のミニ四駆を使った実験でも明らかになった通り、ギアの直径が大きい（ギアの歯数が多い）方が、より小さな力で回転させることができます。教科書に載っている左記のような問題においては、後ろのギアはCの方がAよりも小さな力（ペダルを回す力）で回転させることができます。ですから、自転車を止まっている状態からこぎ始めるときには、後ろのギアの中で、最も大きいギアを回転させた方が楽に走り出すことができます。

しかし、そのまま大きなギアを使い続けると、ペダルを1回転させたときの後ろのギアの回転数は、そのまま変わりません。つまり、ペダルを1回転した時に進む距離はそのままです。そこで、後ろのギアをより小さいギアに変えると、ペダルを1回転させたときに後ろのギアが回転する数が増加します。つまり、ペダルを1回転させる時に進む距離が増えるのです。こうして、後ろのギアを小さいギアに変えていくことで、自転車は加速していくのです。皆さんは、変速機付き（外装式ギア）の自転車に乗るとき、走り出しの際には「1」と記された位置に変速機のレバーをセットしてはいないでしょうか。そして、走り出してから加速する際に、「2」・「3」・「4」・・・と順にレバーをセットしていくのではないのでしょうか。この「レバーをセットする位置」を順に大きな数字に変えていくことは、「後ろで使うギアの大きさをどんどん小さくしていったらいい」ことなのです。

終わりに

身の回りの様々な製品の中に、

歯車（ギア）は使われています。

歯車の大きさ・歯の数は、目的に応じて
選ばれて使用されています。

数学で習ったことは

社会の中で活かされています。

ぜひ、数学に興味を持ってください！！



お茶の水女子大学
Ochanomizu University



理系女性教育開発共同機構
CORE of STEM

ver. 20.09.23